

ANÁLISE DO MODELO DE CORDAS DE ANTONI GAUDÍ UTILIZADO NO PLANEJAMENTO ESTRUTURAL DA BASÍLICA DA SAGRADA FAMÍLIA

Palavras-Chave: SAGRADA FAMÍLIA, MODELAGEM PARAMÉTRICA, FUNICULAR INVERTIDO

Autores(as):

Camila Lempé Madruga Madeira, FECFAU – UNICAMP

Prof. Dr. Thomaz Eduardo Teixeira Buttignol, FECFAU - UNICAMP

INTRODUÇÃO:

A Basílica da Sagrada Família, localizada na cidade de Barcelona, Espanha, é uma obra admirada por sua grandiosidade e complexidade, além da riqueza de detalhes presentes em suas fachadas e no seu interior. Sua construção teve início no ano de 1882 e segue em andamento, com previsão de término para 2026. O arquiteto Antoni Gaudí (1852–1926) foi o responsável pelo projeto e desenvolveu um modelo de cordas (Figura 1) primordial no planejamento estrutural da basílica utilizando o conceito dos funiculares invertidos. Através de cordas e pesos de areia, Gaudí simulava a estruturas e as cargas atuantes sobre elas a fim de definir sua forma ideal, ou seja, ao invés de predefinir a estrutura para então checar sua eficiência, o arquiteto definia as estruturas através do próprio modelo de cordas e posteriormente analisava os resultados para encontrar a melhor opção. Dessa forma, Antoni Gaudí desenvolveu um processo integrado que uniu o planejamento da estética e da estabilidade das estruturas.



Figura 1 – Modelo de cordas e pesos – fonte: https://parametric-architecture.com/la-sagrada-familia-gaudis-chain-model/?srsltid=AfmBOoqtBhbknZgDG_QXaqXse9yPDZ18fpj3wZVUT-eSdsF0I989r0Lj

A fim de entender o funcionamento do modelo em questão, é importante conhecer o conceito do funicular invertido. Quando pendido por suas duas extremidades, um fio toma a forma de um funicular, sujeito a esforços de tração. Quando invertido, gera-se o que chamamos de funicular invertido, sujeito agora a esforços de compressão, como mostra a Figura 2. Foi utilizando esse conceito que, a partir da inversão do modelo de cordas e pesos, Gaudí conseguiu encontrar a forma ideal para a estrutura da basílica.

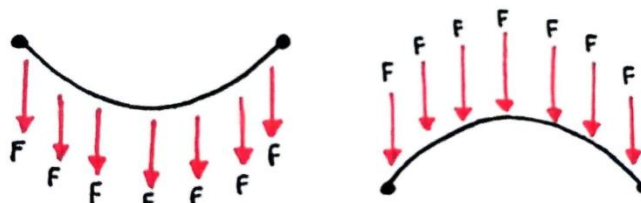


Figura 2 – Representação do conceito do funicular invertido – fonte: Imagem do autor

Dessa forma, a presente pesquisa visa analisar o funcionamento do modelo de cordas a partir de modelagens paramétricas elaboradas no software Rhinoceros 3D, aliado ao plugin Grasshopper. Para esse propósito, foram realizadas simulações representando o comportamento de fios e estruturas de concreto sob influência de cargas externa para posterior análise dos esforços internos de momento e força normal nessas estruturas.

METODOLOGIA:

Como explicitado anteriormente, as simulações foram realizadas no Rhinoceros 3D em conjunto com o Grasshopper, sendo o primeiro um programa de modelagem tridimensional e o segundo um plugin de programação visual que permite a criação de modelos paramétricos. Além disso, outros plugins foram adotados com o intuito de aumentar a gama de ferramentas disponíveis para a elaboração das modelagens paramétricas. Na modelagem dos fios, foi utilizado o plugin de simulações físicas interativas Kangaroo e na análise das estruturas de concreto foi utilizado o plugin de análise estrutural Karamba3D.

Inicialmente, para representar o modelo de cordas e pesos de areia, foi simulado um fio que se deforma conforme cargas são adicionadas a ele. No presente trabalho, foram consideradas quatro diferentes situações de carga no fio:

1. Carga concentrada única (Figura 3);
2. Duas cargas concentradas (Figura 4);
3. Três cargas concentradas (Figura 5);
4. Carga distribuída por todo o fio (Figura 6).

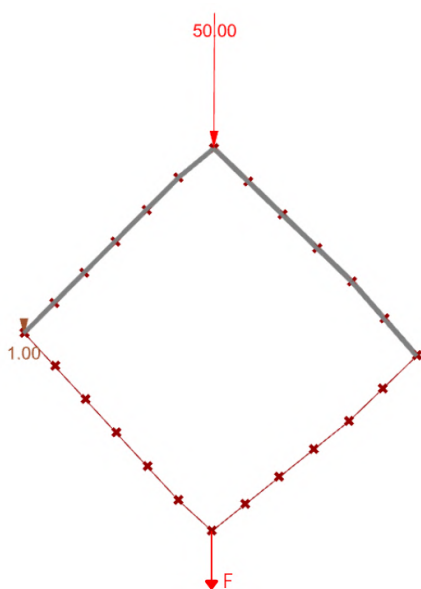


Figura 3 – Carga concentrada única - fonte: Imagem do autor

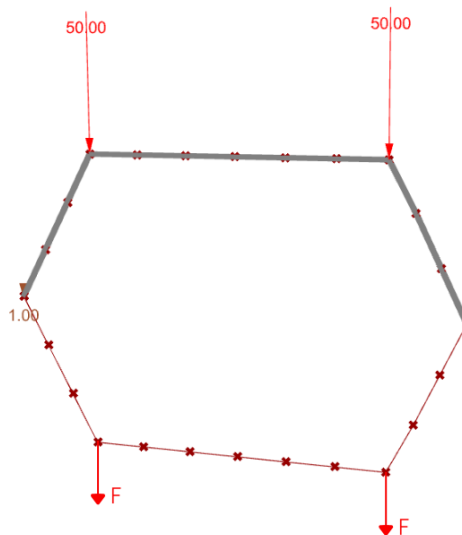


Figura 4 – Duas cargas concentradas - fonte: Imagem do autor

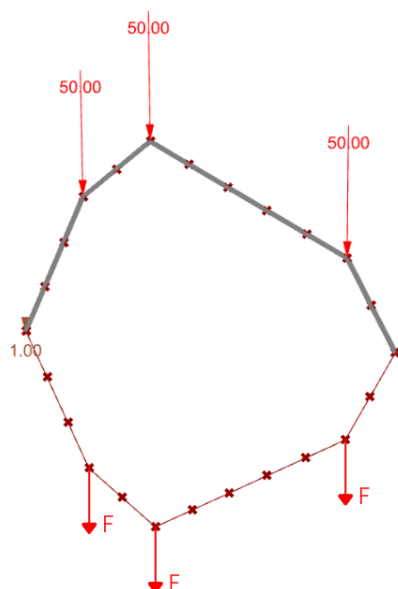


Figura 5 – Três cargas concentradas - fonte: Imagem do autor

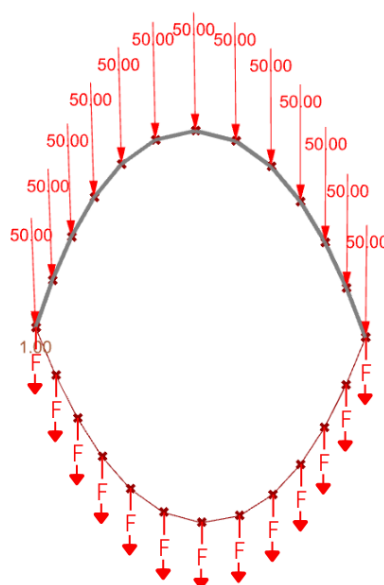


Figura 6 – Carga distribuída - fonte: Imagem do autor

Cada uma das situações gera um diferente comportamento do fio, resultando em diferentes geometrias. Após o estabelecimento da forma conforme a disposição das cargas, a geometria é invertida, encontrando-se assim a estrutura de concreto correspondente. Essa ideia está relacionada ao conceito dos funiculares invertidos, apresentado anteriormente. Para cada uma das quatro situações citadas, foi verificado o comportamento dos esforços internos de momento e força normal considerando a estrutura com diferentes alturas.

Primeiramente, as cargas na estrutura são incluídas na mesma posição das colocadas no fio, além da força da gravidade que é considerada em todos os casos. Assim, tem-se um fio sujeito à tensão, que invertido gera uma estrutura correspondente sujeita à compressão. Então, foram gerados os diagramas de momento e força normal no elemento de concreto, conforme representados nas figuras 7 e 8, respectivamente. O exemplo em questão representa o primeiro caso, com carga concentrada única de 50 kN e força F igual a 10.

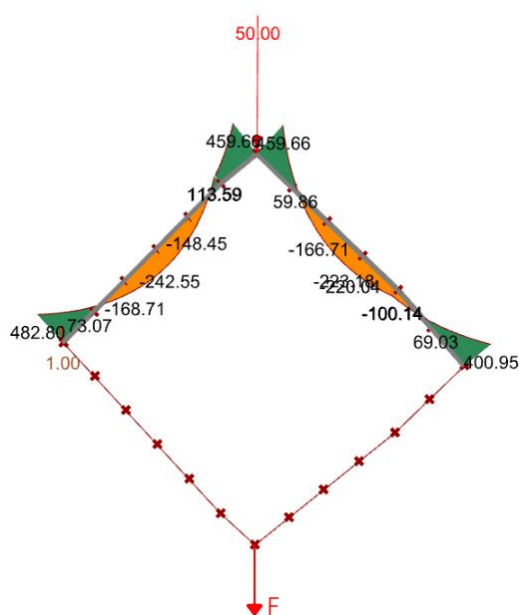


Figura 7 – Diagrama de momento - fonte: Imagem do autor

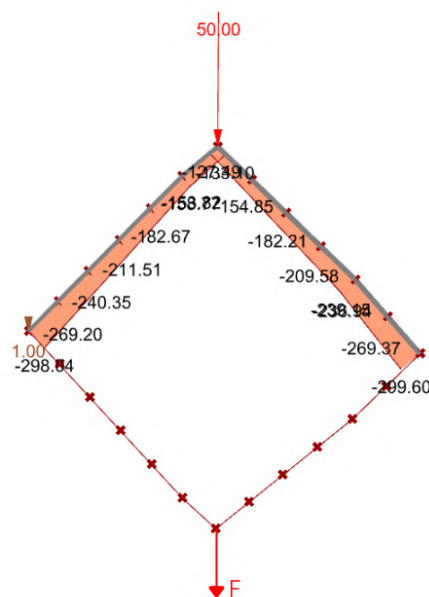


Figura 8 – Diagrama de força normal - fonte: Imagem do autor

Depois, para verificar o comportamento desses esforços em diferentes alturas, a posição e a intensidade das cargas na estrutura permanecem iguais, mas a carga no fio é aumentada gradativamente, gerando uma estrutura correspondente com altura cada vez

maior. Feito isso, para cada um dos casos, procurou-se entender como os esforços analisados se comportam com a variação da altura, e, se possível, encontrar a altura onde o momento é minimizado. Para cada uma das quatro situações, foi escolhido um intervalo entre alturas que permitisse entender um padrão de comportamento da estrutura. Nos três primeiros casos, o intervalo considerado foi de 10 em 10 metros, enquanto no último caso foi de 5 em 5 metros. Em algumas situações, foram acrescentadas alturas extras.

Além disso, para incrementar o código, foi inserida uma análise que, a partir dos valores de momento e força normal obtidos, indica as especificações da armadura necessária para a estrutura em questão. Uma vez que a modelagem foi realizada de forma paramétrica, um único [código desenvolvido no Grasshopper](#), presente no apêndice desse resumo, permite modificar as cargas e verificar o comportamento da estrutura nas diferentes situações.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

A fim de melhor visualizar o comportamento da estrutura, foi elaborada uma tabela para cada um dos quatro casos, comparando os valores de momento e força normal em cada um dos pontos conforme a altura aumenta. Dessa forma, os números foram comparados considerando seu valor absoluto. Caso o módulo do valor do esforço para determinada altura H seja maior do que o módulo do valor do esforço para a altura anterior, então estaremos diante de uma situação menos favorável. Por outro lado, se ele for menor, estaremos diante de uma situação mais favorável. A Tabela 1 representa o comportamento desses esforços na primeira situação com carga concentrada única de 50 kN. A força F varia de 10 a 100 no intervalo explicitado anteriormente e resulta em diferentes alturas H indicadas.

CASO 1 - CARGA CONCENTRADA ÚNICA DE 50 kN																			
Ponto de aplicação da carga (Index) 6																			
MOMENTO EM Y (My)																			
F = 10 h1 = 23,5 m	F = 20 h2 = 28,5 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 30 h3 = 33 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 40 h4 = 37 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 50 h5 = 40,5 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 60 h6 = 44 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 70 h7 = 47,5 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 80 h8 = 51 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 90 h9 = 54 m	Momento PIOR ou MELHOR?	F = 100 h10 = 57,5 m	Momento PIOR ou MELHOR?	
503,76788	556,188917	PIOR	604,834828	PIOR	651,542925	PIOR	697,105005	PIOR	741,935491	PIOR	786,277599	PIOR	830,283606	PIOR	874,054085	PIOR	917,658502	PIOR	
84,420533	93,038164	PIOR	101,081732	PIOR	108,825098	PIOR	116,389457	PIOR	123,839083	PIOR	131,212057	PIOR	138,5323	PIOR	145,815661	PIOR	153,073194	PIOR	
84,420533	93,038164	PIOR	101,081732	PIOR	108,825098	PIOR	116,389457	PIOR	123,839083	PIOR	131,212057	PIOR	138,5323	PIOR	145,815661	PIOR	153,073194	PIOR	
-167,310324	-184,942939	PIOR	-201,24371	PIOR	-216,868159	PIOR	-232,094613	PIOR	-247,067596	PIOR	-261,871477	PIOR	-276,558939	PIOR	-291,164712	PIOR	-305,712696	PIOR	
-167,310324	-184,942939	PIOR	-201,24371	PIOR	-216,868159	PIOR	-232,094613	PIOR	-247,067596	PIOR	-261,871477	PIOR	-276,558939	PIOR	-291,164712	PIOR	-305,712696	PIOR	
-251,424712	-277,754431	PIOR	-302,14149	PIOR	-325,536849	PIOR	-348,347211	PIOR	-370,784565	PIOR	-392,973006	PIOR	-414,990108	PIOR	-436,887049	PIOR	-458,699153	PIOR	
-167,922628	-185,396306	PIOR	-201,61161	PIOR	-217,180974	PIOR	-232,368335	PIOR	-247,311825	PIOR	-262,092531	PIOR	-276,761204	PIOR	-291,351353	PIOR	-305,886175	PIOR	
-167,922628	-185,396306	PIOR	-201,61161	PIOR	-217,180974	PIOR	-232,368335	PIOR	-247,311825	PIOR	-262,092531	PIOR	-276,761204	PIOR	-291,351353	PIOR	-305,886175	PIOR	
83,195948	92,131468	PIOR	100,345926	PIOR	108,199471	PIOR	115,842018	PIOR	123,350637	PIOR	130,76995	PIOR	138,127769	PIOR	145,442382	PIOR	152,726233	PIOR	
83,195948	92,131468	PIOR	100,345926	PIOR	108,199471	PIOR	115,842018	PIOR	123,350637	PIOR	130,76995	PIOR	138,127769	PIOR	145,442382	PIOR	152,726233	PIOR	
501,931047	554,828946	PIOR	603,731108	PIOR	650,604493	PIOR	696,283852	PIOR	741,202842	PIOR	785,614442	PIOR	829,676807	PIOR	873,49417	PIOR	917,138064	PIOR	
501,931047	554,828946	PIOR	603,731108	PIOR	650,604493	PIOR	696,283852	PIOR	741,202842	PIOR	785,614442	PIOR	829,676807	PIOR	873,49417	PIOR	917,138064	PIOR	
83,195948	92,131468	PIOR	100,345926	PIOR	108,199471	PIOR	115,842018	PIOR	123,350637	PIOR	130,76995	PIOR	138,127769	PIOR	145,442382	PIOR	152,726233	PIOR	
83,195948	92,131468	PIOR	100,345926	PIOR	108,199471	PIOR	115,842018	PIOR	123,350637	PIOR	130,76995	PIOR	138,127769	PIOR	145,442382	PIOR	152,726233	PIOR	
-167,922628	-185,396306	PIOR	-201,61161	PIOR	-217,180974	PIOR	-232,368335	PIOR	-247,311825	PIOR	-262,092531	PIOR	-276,761204	PIOR	-291,351353	PIOR	-305,886175	PIOR	
-167,922628	-185,396306	PIOR	-201,61161	PIOR	-217,180974	PIOR	-232,368335	PIOR	-247,311825	PIOR	-262,092531	PIOR	-276,761204	PIOR	-291,351353	PIOR	-305,886175	PIOR	
-251,424712	-277,754431	PIOR	-302,14149	PIOR	-325,536849	PIOR	-348,347211	PIOR	-370,784565	PIOR	-392,973006	PIOR	-414,990108	PIOR	-436,887049	PIOR	-458,699153	PIOR	
-251,424712	-277,754431	PIOR	-302,14149	PIOR	-325,536849	PIOR	-348,347211	PIOR	-370,784565	PIOR	-392,973006	PIOR	-414,990108	PIOR	-436,887049	PIOR	-458,699153	PIOR	
-167,310324	-184,942939	PIOR	-201,24371	PIOR	-216,868159	PIOR	-232,094613	PIOR	-247,067596	PIOR	-261,871477	PIOR	-276,558939	PIOR	-291,164712	PIOR	-305,712696	PIOR	
-167,310324	-184,942939	PIOR	-201,24371	PIOR	-216,868159	PIOR	-232,094613	PIOR	-247,067596	PIOR	-261,871477	PIOR	-276,558939	PIOR	-291,164712	PIOR	-305,712696	PIOR	
84,420533	93,038164	PIOR	101,081732	PIOR	108,825098	PIOR	116,389457	PIOR	123,839083	PIOR	131,212057	PIOR	138,5323	PIOR	145,815661	PIOR	153,073194	PIOR	
84,420533	93,038164	PIOR	101,081732	PIOR	108,825098	PIOR	116,389457	PIOR	123,839083	PIOR	131,212057	PIOR	138,5323	PIOR	145,815661	PIOR	153,073194	PIOR	
503,76788	556,188917	PIOR	604,834828	PIOR	651,542925	PIOR	697,105005	PIOR	741,935491	PIOR	786,277599	PIOR	830,283606	PIOR	874,054085	PIOR	917,658502	PIOR	
NORMAL EM X (Nx)																			
F = 10 h1 = 23,5 m	F = 20 h2 = 28,5 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 30 h3 = 33 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 40 h4 = 37 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 50 h5 = 40,5 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 60 h6 = 44 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 70 h7 = 47,5 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 80 h8 = 51 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 90 h9 = 54 m	Normal PIOR ou MELHOR?	F = 100 h10 = 57,5 m	Normal PIOR ou MELHOR?	
-295,051728	-310,669694	PIOR	-329,030919	PIOR	-348,366839	PIOR	-368,148147	PIOR	-388,167489	PIOR	-408,330099	PIOR	-428,587961	PIOR	-448,914666	PIOR	-469,294485	PIOR	
-267,443341	-277,218142	PIOR	-290,545375	PIOR	-305,272095	PIOR	-320,705874	PIOR	-336,554075	PIOR	-352,671427	PIOR	-368,977524	PIOR	-385,424016	PIOR	-401,979723	PIOR	
-267,443341	-277,218142	PIOR	-290,545375	PIOR	-305,272095	PIOR	-320,705874	PIOR	-336,554075	PIOR	-352,671427	PIOR	-368,977524	PIOR	-385,424016	PIOR	-401,979723	PIOR	
-239,834953	-243,766587	PIOR	-252,059932	PIOR	-262,177352	PIOR	-273,263602	PIOR	-284,940663	PIOR	-297,012755	PIOR	-309,367087	PIOR	-321,933367	PIOR	-334,66496	PIOR	
-239,834953	-243,766587	PIOR	-252,059932	PIOR	-262,177352	PIOR	-273,263602	PIOR	-284,940663	PIOR	-297,012755	PIOR	-309,367087	PIOR	-321,933367	PIOR	-334,66496	PIOR	
-212,236568	-210,31504	MELHOR	-213,574489	MELHOR	-219,08261	PIOR	-225,82133	PIOR	-233,327252	PIOR	-241,354083	PIOR	-249,75665	PIOR	-258,442718	PIOR	-267,350196	PIOR	
-212,236568	-210,31504	MELHOR	-213,574489	MELHOR	-219,08261	PIOR	-225,82133	PIOR	-233,327252	PIOR	-241,354083	PIOR	-249,75665	PIOR	-258,442718	PIOR	-267,350196	PIOR	
-184,618186	-176,863499	MELHOR	-175,089044	MELHOR	-175,987867	PIOR	-178,379058	PIOR	-181,713844	PIOR	-185,695412	PIOR	-190,146213	PIOR	-194,952073	PIOR	-200,03543	PIOR	
-184,618186	-176,863499	MELHOR	-175,089044	MELHOR	-175,987867	PIOR	-178,379058	PIOR	-181,713844	PIOR	-185,695412	PIOR	-190,146213	PIOR	-194,952073	PIOR	-200,03543	PIOR	
-157,009808	-143,41186	MELHOR	-136,605958	MELHOR	-132,893126	MELHOR	-130,936788	MELHOR	-130,100438	MELHOR	-130,036741	MELHOR	-130,535774	PIOR	-131,461429	PIOR	-132,720663	PIOR	
-157,009808	-143,41186	MELHOR	-136,605958	MELHOR	-132,893126	MELHOR	-130,936788	MELHOR	-130,100438	MELHOR	-130,036741	MELHOR	-130,535774	PIOR	-131,461429	PIOR	-132,720663	PIOR	
-129,402433	-109,950429	MELHOR	-98,118151	MELHOR	-89,786386	MELHOR	-83,494517	MELHOR	-78,487036	MELHOR	-74,378071	MELHOR	-70,925335	MELHOR	-67,970788	MELHOR	-65,405892	MELHOR	
-129,402433	-109,950429	MELHOR	-98,118151	MELHOR	-89,786386	MELHOR	-83,494517	MELHOR	-78,487036	MELHOR	-74,378071	MELHOR	-70,925335	MELHOR	-67,970788	MELHOR	-65,405892	MELHOR	
-157,009811	-143,41196	MELHOR	-136,605957	MELHOR	-132,893127	MELHOR	-130,936788	MELHOR	-130,10044	MELHOR	-130,036741	MELHOR	-130,535774	PIOR	-131,46143	PIOR	-132,720661	PIOR	
-157,009808	-143,41196	MELHOR	-136,605958	MELHOR	-132,893126	MELHOR	-130,936787	MELHOR	-130,100438	MELHOR	-130,036741	MELHOR	-130,535774	PIOR	-131,461429	PIOR	-132,720663	PIOR	
-184,618186	-176,863499	MELHOR	-175,089044	MELHOR	-175,987867	PIOR	-178,379058	PIOR	-181,713844	PIOR	-185,695412	PIOR	-190,146213	PIOR	-194,952073	PIOR	-200,03543	PIOR	
-184,618186	-176,863499	MELHOR	-175,089044	MELHOR	-175,987867	PIOR	-178,379058	PIOR	-181,713844	PIOR	-185,695412	PIOR	-190,146213	PIOR	-194,952073	PIOR	-200,03543	PIOR	
-212,236568	-210,31504	MELHOR	-213,574489	MELHOR	-219,08261	PIOR	-225,82133	PIOR	-233,327252	PIOR	-241,354083	PIOR	-249,75665	PIOR	-258,442718	PIOR	-267,350196	PIOR	
-212,236568	-210,31504	MELHOR	-213,574489	MELHOR	-219,08261	PIOR	-225,82133	PIOR	-233,327252	PIOR	-241,354083	PIOR	-249,75665	PIOR	-258,442718	PIOR	-267,350196	PIOR	
-239,834953	-243,766587	PIOR	-252,059932	PIOR	-262,177352	PIOR	-273,263602	PIOR	-284,940663	PIOR	-297,012755	PIOR	-309,367087	PIOR	-321,933367	PIOR	-334,66496	PIOR	
-239,834953	-243,766587	PIOR	-252,059932	PIOR	-262,177352	PIOR	-273,263602	PIOR	-284,940663	PIOR	-297,012755	PIOR	-309,367087	PIOR	-321,933367	PIOR	-334,66496	PIOR	
-267,443341	-277,218142	PIOR	-290,545375	PIOR	-305,272095	PIOR	-320,705874	PIOR	-336,554075	PIOR	-352,671427	PIOR	-368,977524	PIOR	-385,424016	PIOR	-401,979723	PIOR	
-267,443341	-277,218142	PIOR	-290,545375	PIOR	-305,272095	PIOR	-320,705874	PIOR	-336,554075	PIOR	-352,671427	PIOR	-368,977524	PIOR	-385,424016	PIOR	-401,979723	PIOR	
-295,051728	-310,669694	PIOR	-329,030919	PIOR	-348,366839	PIOR	-368,148147	PIOR	-388,167489	PIOR	-408,330099	PIOR	-428,587961	PIOR	-448,914666	PIOR	-469,294485	PIOR	

Tabela 1 – Comparação dos esforços no caso 1

Analisando os valores mostrados na tabela, percebe-se que quanto maior a altura, maiores se tornam os valores absolutos dos esforços de momento em todos os pontos da estrutura. Portanto, quanto menor a altura, menor será o momento. Dessa forma, para minimizá-lo, deve-se optar pela estrutura com menor altura possível. Já o comportamento do esforço normal apresentou-se de forma diferente dependendo da localização do ponto

Uma vez que as tabelas possuem um tamanho considerável, as outras três que representam os demais casos estão disponíveis para visualização via link no apêndice. De toda forma, cabe ressaltar o que pode ser entendido ao analisá-las:

- Caso 2: Até a altura máxima calculada, de 150 m, o momento torna-se sempre menor nos pontos próximos à aplicação da carga de 50 kN e nos pontos localizados nos apoios à medida que H aumenta. Já a força normal se comportou de forma semelhante ao caso 1. Os esforços normais nos pontos mais próximos à aplicação da carga diminuem até certo ponto conforme a altura aumenta.
- Caso 3: Até a altura de 46,5 m, o momento no apoio da esquerda reduz, assim como ocorre com o ponto imediatamente anterior ao apoio da direita a partir da altura de 40 m. Na altura extra de 110 m, o valor do momento é maior em todos os pontos se comparado ao valor nos pontos com a altura inicial. Já a força normal se comporta como no caso 2.
- Caso 4: Até a altura de 61,5 m, o momento nos pontos imediatamente anteriores ao apoio da esquerda e ao apoio da direita reduz. A partir daí, ele começa a aumentar. Já a força normal também se comporta como no caso 2.

Observando as análises feitas, nota-se que, na maior parte dos casos, há pontos na estrutura onde os esforços internos reduzem com o aumento da altura, mas depois voltam a crescer. Dessa forma, é possível escolher a altura mais coerente a fim de minimizar os esforços em algum ponto de interesse.

CONCLUSÕES:

Se paramos para pensar no processo de planejamento estrutural realizado por Antoni Gaudí utilizando o modelo de cordas, percebemos o quão complexo ele pode ser, desde a própria concepção do modelo, até os cálculos realizados e a escolha da melhor forma para as estruturas da basílica. O código desenvolvido no Grasshopper permite rapidamente modificar a posição e intensidade das cargas que atuam no fio e no elemento de concreto, gerando os diagramas de esforços sem a necessidade de se calcular à mão, permitindo então fazer observações para entender melhor quais informações podem ser extraídas da análise do modelo e como isso auxilia na definição da estrutura propriamente dita.

Atualmente, com a criação de diversos programas de cálculo estrutural, o trabalho desenvolvido na presente pesquisa é mais útil para fins educativos do que para de fato auxiliar no planejamento de estruturas. De toda forma, em um período onde as ferramentas eram bem menos desenvolvidas, a trabalhosa e sofisticada interpretação das informações retiradas da análise do modelo de cordas por Gaudí revela o quão genial foi esse arquiteto.

APÊNDICE:

Código elaborado no Grasshopper: [clique aqui](#)

Tabelas no Excel com as comparações dos esforços internos: [clique aqui](#)

BIBLIOGRAFIA

Huerta, Santiago. Structural Design in the Work of Gaudí. Architectural Science Review, Department of Structural Design, Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid, Avda Juan de Herrera 4, 28040 Madrid, Spain, Vol.49.4, p. 324-339, maio, 2006.

COMPLETING THE SAGRADA FAMILIA. Building Centre. Disponível em: <https://www.buildingcentre.co.uk/media/_file/pdf/completing-the-sagrada-familia.pdf>. Acesso em: 16 março. 2025.

THE SAGRADA FAMÍLIA BOOKLETS. Basílica de La Sagrada Família. Disponível em: <<https://sagradafamilia.org/en/the-booklets>>. Acesso em: 16 março. 2025.

THE COLLECTION. Basílica de La Sagrada Família. Disponível em: <<https://patrimoni.sagradafamilia.org/en/>>. Acesso em: 16 março. 2025.