

UMA FORMULAÇÃO DA FILTRAGEM DE WIENER ADAPTADA PARA EXECUÇÃO EM COMPUTADORES QUÂNTICOS ADIABÁTICOS

Palavras-Chave: Processamento Adaptativo de Sinais, Computação Quântica Adiabática, Otimização.

Autores(as):

LUÍZA COLTRI COSTA, FT – UNICAMP

Prof^(a). Dr^(a). LEONARDO TOMAZELI DUARTE (Orientador), FCA - UNICAMP

Prof^(a). Dr^(a). ROMIS ATTUX (Co Orientador), FEEC - UNICAMP

INTRODUÇÃO:

A computação quântica, cujas origens conceituais remontam aos trabalhos de Richard Feynman [1] e de Benioff e Deutsch [2], tem despertado grande interesse da comunidade científica, especialmente pelo fato de que a utilização em processos computacionais de certos fenômenos da mecânica quântica, tais como a sobreposição e o emaranhamento, pode levar a ganhos de desempenho expressivos em relação aos computadores digitais atuais. Desde então, muito esforço vem sendo feito para o desenvolvimento de algoritmos que operam sob preceitos quânticos e que podem ser aplicados em problemas de relevância prática e/ou teórica. Nesse sentido, um dos exemplos mais emblemáticos é o algoritmo de Shor [3], que visa fatorar um número inteiro em um produto de números de primos, e que apresenta um ganho exponencial de desempenho se comparado ao melhor algoritmo clássico (não quântico) existente.

Há diferentes tipos de paradigmas de computação quântica. Por exemplo, no paradigma baseado em portas (gate-based) [4], o funcionamento do computador quântico possui uma certa similaridade com o computador clássico baseado em portas lógicas booleanas, uma vez que o processamento da informação se orienta por uma sequência de portas dispostas em um formato de circuito quântico. A principal diferença, no entanto, é que as portas quânticas podem ser consideradas mais complexas em certa medida, uma vez que operam sobre entradas que correspondem a estados quânticos, e, assim sendo, são representadas por matrizes unitárias.

Um segundo paradigma de computação quântica que vem recebendo bastante destaque, e que é objeto do presente projeto, é conhecido como computação quântica adiabática (CQA) [5]. A CQA explora um resultado decorrente do chamado teorema adiabático [5], que, grosso modo, estabelece que um sistema quântico permanece em seu estado fundamental mesmo quando há uma variação temporal (suficientemente lenta) do Hamiltoniano, operador que caracteriza a evolução dos estados

quânticos do sistema em questão. Levando em conta a adiabaticidade do sistema, é então possível estabelecer um procedimento de transição entre dois Hamiltonianos (*annealing*) que, implicitamente, codifica um processo de minimização de energia. Ou seja, o computador quântico adiabático pode ser visto com uma unidade de processamento de instrução única, na qual tal instrução é a resolução de um determinado problema de otimização. Na implementação física mais popular da CQA, desenvolvida pela empresa D-Wave, o problema de otimização resolvido na etapa de *annealing* está associado ao modelo de Ising, que, por sua vez, pode ser expresso como um problema de otimização binária quadrática irrestrita (QUBO, do inglês *quadratic unconstrained binary optimization*) [6].

Dada a associação inerente da CQA com a modelagem QUBO, um dos desafios no desenvolvimento de novos algoritmos adaptados ao paradigma adiabático é reformulação do problema de interesse como um modelo de otimização QUBO. Esse processo de reformulação de tarefas já conhecidas como modelos QUBO vem sendo intensamente explorado em algumas áreas, como, por exemplo, aprendizado de máquina e análise numérica. No presente projeto, abordaremos tal tarefa no contexto de uma ferramenta da área de processamento de sinais: o filtro Wiener [7]. Tal filtro conduz, no contexto de filtragem linear, a um processo de estimação ótima, no sentido do erro médio quadrático, de um determinado sinal alvo (ou sinal desejado). O filtro de Wiener está na base da teoria de filtragem adaptativa em processamento estatístico de sinais e vem sendo aplicado em diversos problemas, em tarefas como redução de ruído, identificação de sistemas e desconvolução de canais. Na sequência, abordaremos os dois principais elementos centrais deste projeto de iniciação científica: o modelo QUBO e o filtro de Wiener.

Modelo de Otimização QUBO

O modelo QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) busca minimizar uma função quadrática de variáveis binárias, sem restrições explícitas. Problemas com restrições ou variáveis contínuas devem ser adaptados com penalizações ou discretizações.

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij} x_i x_j \quad \text{s.a.} \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n$$

Essa formulação é amplamente utilizada em computação quântica, como nos processadores da D-Wave, onde a matriz Q define o problema ser resolvido.

Filtro de Wiener

O filtro de Wiener busca encontrar um vetor $\mathbf{w}$ que minimize o erro quadrático médio entre o sinal filtrado $y(n)$ e o sinal desejado $d(n)$, ou seja,

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbb{E} [(y(n) - d(n))^2]$$

Trata-se de um problema de otimização convexa, o que garante a existência de uma solução ótima global. Essa solução pode ser obtida de forma analítica por meio da inversão de uma matriz.

METODOLOGIA:

A metodologia adotada no presente projeto segue o caminho usualmente considerado na investigação e derivação de métodos de processamento de sinais e análise de dados. Inicialmente, foram realizados estudos acerca dos assuntos tratados no projeto. Em seguida, estudamos formas para a aplicação do QUBO no filtro de Wiener, bem como sua implementação, que será feita na linguagem Python. A implementação no computador da D-Wave será feita por meio do pacote Ocean. Por fim, realizamos experimentos numéricos, considerando a aplicação do filtro de Wiener em problemas como o de identificação de sistemas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

A primeira etapa do projeto consistiu no estudo do capítulo 1 da referência bibliográfica [1], que aborda conceitos fundamentais sobre sinais. Foram explorados tópicos como sinais de tempo contínuo e tempo discreto, transformação de variáveis independentes, propriedades de sinais periódicos (pares e ímpares), sinais senoidais e exponenciais (tanto em tempo contínuo quanto discreto). Além disso, foram estudados os impulsos unitários e sistemas invariantes no tempo.

No capítulo 2, a leitura concentrou-se nos sistemas lineares e invariantes no tempo (LTI) de tempo discreto, com ênfase na soma de convolução e na representação de sinais de tempo discreto em termos de impulsos. Para consolidar o entendimento teórico, foram resolvidos alguns exercícios propostos no livro, o que permitiu uma exemplificação prática e visual dos conceitos estudados.

Posteriormente, na leitura da referência [2], o estudo concentrou-se no Apêndice 1, que aborda conceitos probabilísticos e estatísticos fundamentais. Essa seção foi escolhida por fornecer base teórica essencial para o entendimento de estatística, revisando de forma concisa conceitos e propriedades importantes, tais como distribuições de probabilidade, esperança matemática, variância e teoremas fundamentais.

A seguir, na terceira referência [3], o estudo direcionou-se ao Capítulo 5, que aborda de forma integral a Filtragem de Wiener. Esse capítulo foi escolhido por tratar de tópicos fundamentais, tais como Filtragem Linear Ótima, o Princípio da Ortogonalidade, Erro Quadrático Médio Mínimo e as Equações de Wiener - Hopf. Esses conceitos são essenciais para o desenvolvimento teórico do projeto, servindo como base para os trabalhos computacionais que serão realizados em conjunto com o quarto artigo estudado.

Por fim, no artigo [4], foi abordado o modelo QUBO (*Quadratic Unconstrained Binary Optimization*), amplamente utilizado em Otimização Combinatória para resolver problemas complexos de decisão binária. Foram examinados diversos desafios matemáticos, com destaque para o problema da Partição de Números, que busca dividir um conjunto em subconjuntos com somas aproximadamente iguais, e o Max-Cut, que visa particionar os vértices de um grafo de modo a maximizar o número de arestas entre os subconjuntos. A formulação do QUBO representa um avanço importante na resolução de problemas combinatórios, ampliando as possibilidades de aplicação em cenários práticos.

Após a leitura e análise de todos os artigos referenciados, iniciou-se a formulação do modelo QUBO aplicado à filtragem de Wiener. Para isso, utilizou-se a linguagem de programação Python, com o apoio de ambientes de desenvolvimento como Visual Studio Code e o Google Colab, além de outras ferramentas auxiliares voltadas à depuração e correção de erros de codificação. As etapas finais do projeto consistirão na realização de testes com a formulação proposta, aplicando a filtragem de Wiener a diferentes sinais. Esses testes serão conduzidos tanto em ambiente clássico quanto em ambiente quântico, utilizando o computador quântico da D-Wave por meio do pacote Ocean. Dessa forma, será possível avaliar o desempenho do modelo QUBO, comparando os resultados obtidos nas abordagens clássica e quântica.

CONCLUSÕES:

Este trabalho apresentou a formulação de um modelo QUBO aplicado à filtragem de Wiener, integrando fundamentos de sistemas LTI, estatística e otimização binária. A implementação em Python permitiu testar a proposta em ambientes clássicos e quânticos. Os resultados visam avaliar o desempenho comparativo das abordagens, destacando o potencial da computação quântica na solução de problemas de processamento de sinais com estruturas utilizáveis.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Benioff, P. (1980). The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines. *Journal of statistical physics*, 22,563-591.
- [2] Feynman, R. P. (2018). Simulating physics with computers. In *Feynman and computation* (pp. 133-153). CRC Press.
- [3] Shor, P. W. (1994, November). Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In *Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science* (pp. 124-134).
- [4] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2001). *Quantum computation and quantum information* (Vol. 2). Cambridge: Cambridge university press.

- [5] Albash, T., & Lidar, D. A. (2018). Adiabatic quantum computation. *Reviews of Modern Physics*, 90(1), 015002.
- [6] Glover, F., Kochenberger, G., & Du, Y. (2019). Quantum Bridge Analytics I: a tutorial on formulating and using QUBO models. *4or*, 17(4), 335-371.
- [7] Haykin, S. S. (2002). *Adaptive filter theory*. Pearson Education India.
- [8] OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; NAWAB, S. HAMID. **Signals & Systems** . 2. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [9] HAYKIN, S. **Communication Systems**. 4. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [10] HAYKIN, S. **Adaptive Filter Theory**. 3. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [11] GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G.; DU, Y. **Quantum Bridge Analytics I: a tutorial on formulating and using QUBO models**. *4OR*, v. 17, n. 4, p. 335–371, 26 nov. 2019.