A RAZÃO R E A DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE CORES DA QCD

Palavras-Chave: FÍSICA DE PARTÍCULAS, QED, QCD

Autores(as):

ANDREI ARRUDA HERNANDES, IFGW – UNICAMP

Profª. Drª. ARLENE CRISTINA AGUILAR (orientadora), IFGW - UNICAMP

INTRODUÇÃO:

Este trabalho apresenta um estudo introdutório da seção de choque em nível de árvore para processos de espalhamento em colisões $e^+ + e^- \rightarrow l^+ + l^-$no contexto da Teoria de Campos de Gauge [1]. Calculamos analiticamente as seções de choque para os processos $e^+ + e^- \rightarrow l^+ + l^-$ com $l^\pm = \mu^\pm, \tau^\pm$, e para o canal hadrônico $e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow hádrons$, que estão representados pictoricamente na Fig.1 através dos diagramas de Feynman

Figura 1: Diagramas de Feynman em nível de árvore para os processos $e^+e^- \rightarrow l^+ l^-$ (painel da esquerda) e $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow hádrons$ (painel da direita).

Em seguida, determinamos a razão entre essas seções de choque, comparando as predições teóricas com os dados experimentais disponíveis. Observamos que, mesmo considerando apenas a ordem mais baixa da expansão perturbativa, a Eletrodinâmica Quântica (QED) apresenta uma notável concordância com os resultados experimentais. Já no caso da razão entre as seções de choque dos canais hadrônico e leptônico, definida como

$$R_{QCD} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow hádrons)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \tag{1}$$

fornece um acesso direto às características fundamentais da QCD, uma vez a formação do estado intermediário do par quark–antiquark permitem a determinação do número de cargas de cor N_c da QCD [2]. Determinar com precisão experimental o valor de R_{QCD} é, portanto, uma das maneiras possíveis de verificar a existência da carga de cor na QCD e verificar explicitamente os valores das cargas elétricas fracionárias que cada um dos seis sabores de quarks carrega.

METODOLOGIA:

A fim de obter analiticamente todas as expressões das seções de choque, aplicou-se uma metodologia padrão [1–4]: 1) **Cálculo das amplitudes de Feynman** M para cada um dos processos de espalhamento considerados**;** 2) **Determinação das seções de choque diferenciais**, por meio do módulo ao quadrado das amplitudes, $|M|^2$, seguido da definição do elemento de espaço de fase invariante de Lorentz para espalhamentos 2 → 2; 3) **Integração sobre o espaço de fase**, a fim de se obter as seções de choque totais correspondentes

Após determinar as expressões analíticas das seções de choque, os resultados foram diretamente comparados com dados experimentais disponíveis na literatura ou, alternativamente, com **razões entre seções de choque**, grandezas que também são acessíveis experimentalmente e frequentemente utilizadas para reduzir incertezas sistemáticas e fatores de normalização.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Primeiramente foi reproduzido em detalhes a derivação das expressões analíticas das seções de choque leptônicas para os espalhamentos $e^+e^- \to l^+ l^-$, cujo resultado é

$$\sigma_l = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}\sqrt{1-\frac{4m_l^2}{s}}\left(1+\frac{2m_l^2}{s}\right), \tag{2}$$

onde α é a constante de estrutura fina, $m_l = m_\mu, m_\tau$, são respectivamente as massas dos múons e taus, s é a energia no referencial do centro de massa do espalhamento.

Na Fig. 2, a linha sólida vermelha representa a curva analítica fornecida pela Eq**. (1)**, enquanto os círculos correspondem aos dados experimentais para a produção de pares de múons (painel à esquerda), obtidos em [6], e de pares de taus, apresentados em [7]. Observa-se que, mesmo considerando apenas a ordem mais baixa da expansão perturbativa, a QED exibe uma concordância notável com os dados experimentais.

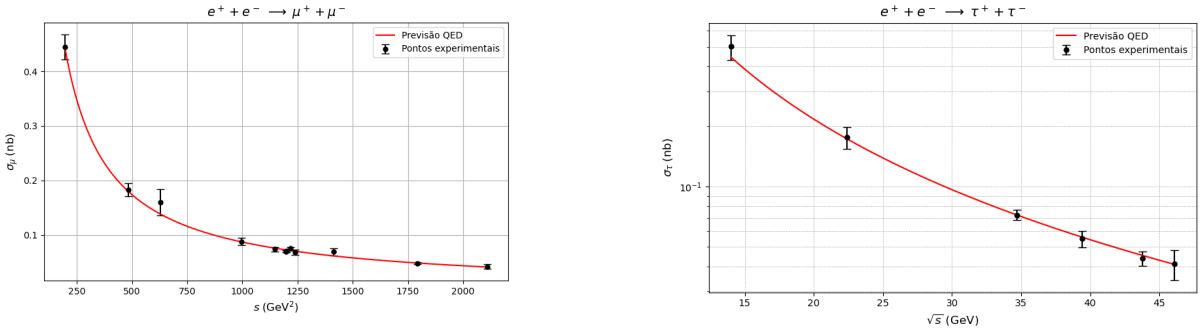

Figura 2: Comparação da expressão analítica fornecida pela Eq. (1), *com os dados experimentais das seções de choque para os processos* $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ *(painel da esquerda) dados em [6] e* $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ *(painel da direita) fornecidos em [7].*

Com o intuito de eliminar a dependência na constante de normalização e, em particular de α, calculamos a razão $R_{\tau\mu}$ que é dada por

$$R_{\tau\mu} = \frac{\sigma(e^+e^- \to \tau^+ + \tau^-)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = \sqrt{\frac{1-\frac{4m_\tau^2}{s}}{1-\frac{4m_\mu^2}{s}}} \cdot \left(\frac{1+\frac{2m_\tau^2}{s}}{1+\frac{2m_\mu^2}{s}}\right). \tag{3}$$

A comparação do resultado analítico da razão $R_{\tau\mu}$ com os dados experimentais disponíveis na literatura está mostrado na Fig. 3. Claramente, podemos ver que a razão $R_{\tau\mu} \to 1$, quando $\sqrt{s} \gg m_\tau, m_\mu$, o que de fato confirma a previsão da QED e do Modelo Padrão, que os léptons possuem o mesmo acoplamento com o fóton independentemente de sua massa.

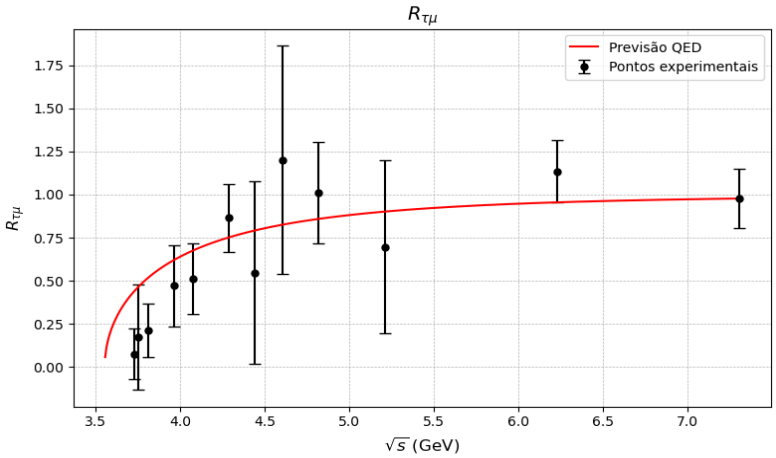

Figura 3: Comparação da expressão analítica obtidas em nível de árvore para a razão $R_{\tau\mu}$ dada pela Eq. (2) e representada pela curva sólida em vermelho com os dados experimentais obtidos em [8].

Já a expressão analítica da seção de choque $e^+e^- \to q\bar{q} \to hádrons$, que é dada por

$$\sigma_{hadrons} = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \cdot N_c \cdot \sum_{j=u,d,s,c,b,t} Q_{q_j}^2, \tag{4}$$

onde Q_{q_j} é a carga elétrica do j-ésimo sabor de quark que pode ser produzido juntamente com seu antiquark se a energia disponível ultrapassar o limiar de produção de um par quark-antiquark. Com a seção de choque em mãos, determinamos a razão R_{QCD}, definida na Eq. (1), que é expressa por

$$R_{QCD} = N_c \cdot \sum_{j=u,d,s,c,b,t} Q_{q_j}^2, \tag{5}$$

note que R_{QCD}, é proporcional somente ao número de cores N_c da QCD e a da carga elétrica fracionária, Q_{q_j}, que cada sabor de quark carrega. Considerando que o número de cores é $N_c = 3$ e, e que as cargas elétricas dos seis sabores de quarks são $Q_{u,c,t} = +2/3$ e $Q_{d,s,b} = -1/3$,, obtemos que, para

cada intervalo de energia delimitado pelo limiar de produção de um par quark-antiquark, que a Eq. (5) fornece um valor distinto para R_{QCD} conforme resumido na Tabela 1.

Faixa de Energia	Quark Ativos	Cálculo do R	R_{QCD}
$\sqrt{s} \leq 2m_c$	u,d,s	$3\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2\right]$	2
$2m_c \leq \sqrt{s} \leq 2m_b$	u,d,s,c	$3\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]$	$\frac{10}{3} \approx 3{,}33$
$2m_b \leq \sqrt{s} \leq 2m_t$	u,d,s,c,b	$3\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{-1}{3}\right)^2\right]$	$\frac{11}{3} \approx 3{,}67$

Tabela1: Valores previstos para R_{QCD} conforme a Eq. (5), em diferentes faixas de energia, com base na abertura dos canais de produção de pares quark-antiquark.

Esse comportamento escalonado de R_{QCD} reflete diretamente a abertura progressiva dos canais de produção de pares $q\bar{q}$, conforme a energia da colisão e^+e^- ultrapassa os respectivos limiares de massa dos quarks.

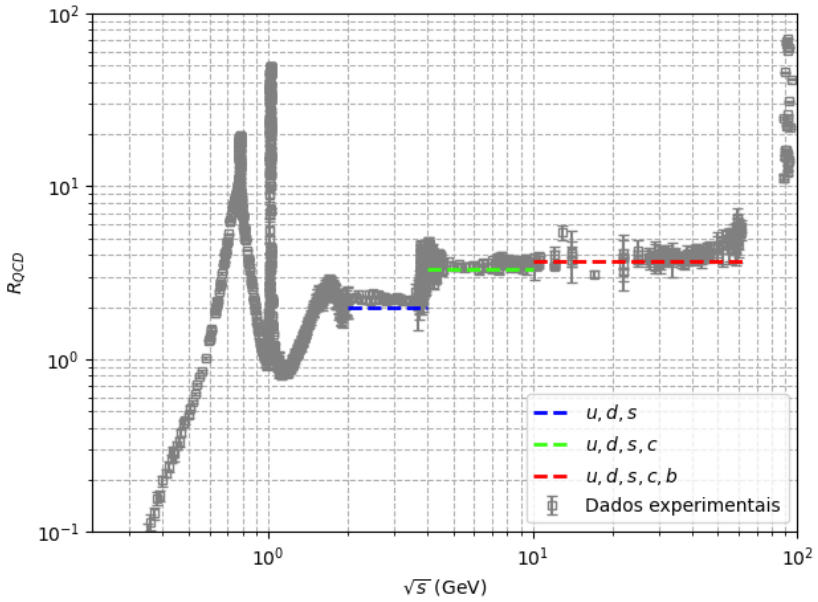

Figura 4: Comparação entre a expressão analítica para a razão R_{QCD}, dada pela Eq. (5) com $N_c = 3$, e os dados experimentais disponíveis em [5]. As linhas tracejadas indicam os limiares de energia correspondentes à produção de diferentes sabores de pares quark-antiquark, conforme indicado na legenda. À medida que a energia aumenta, novos sabores passam a contribuir para a Eq. (4), modificando o valor de R_{QCD} *conforme indicado na Tabela 1.*

Na Fig.4, comparamos as predições teóricas da QCD para R_{QCD} , calculadas em nível de árvore por meio da Eq. (5), em função da energia no centro de massa $\sqrt{s}$. As linhas tracejadas coloridas representam os valores previstos para diferentes faixas de energia, com base na abertura sucessiva dos

canais de produção de pares $q\bar{q}$. Os dados experimentais extraídos de [5] são indicados por quadrados abertos. Observa-se que, em altas energias, os dados tendem aos valores esperados teoricamente, enquanto em baixas energias aparecem oscilações associadas às ressonâncias hadrônicas.

Note que em regiões de baixa energia $\left(\sqrt{s} \lesssim 3 \text{ GeV}\right)$ os efeitos de confinamento são dominantes, e a descrição por quarks livres não é mais válida. O espectro é dominado por ressonâncias hadrônicas, como o $\rho, \omega, \phi, J/\psi, \Upsilon$, etc, que são representados por picos estreitos e variações bruscas em R_{QCD}, que não são capturados por Eq. (5), pois são efeitos não perturbativos e de hadronização.

Já em altas energias $\left(\sqrt{s} \gg \Lambda_{\text{QCD}}\right)$ os dados experimentais se aproximam dos valores em degraus previstos pela Eq. (5) e listados na Tabela 1. Mesmo utilizando apenas a ordem mais baixa da teoria de perturbação, obtém-se uma estimativa para o número de cores dada por $N_c = (3{,}15 \pm 0{,}07)$, em excelente concordância com o valor esperado $N_c = 3$. Essa aproximação é particularmente notável ao se considerar que a Eq. (5) não inclui correções de ordens superiores, as quais incorporariam, por exemplo, os efeitos das interações entre os quarks no estado final.

CONCLUSÕES:

Ao comparar a previsão analítica para a razão R_{QCD} com os dados experimentais, como mostrado na Fig. 4, observamos que, em baixas energias — região dominada pelos efeitos não perturbativos da QCD já que a estrutura de ressonâncias prevalece.

Por outro lado, em altas energias $\left(\sqrt{s} \gg \Lambda_{\text{QCD}}\right)$, os dados experimentais se aproximam da estrutura em patamares (plateaus) prevista pela Eq. (5) e dos valores listados na Tabela 1.

Essa comparação constitui um teste notável para a validação das predições tanto da QED quanto da QCD perturbativa em altas energias. Além disso, fornece fortes evidências da existência dos sabores de quarks previstos pelo Modelo Padrão, juntamente com suas respectivas cargas fracionárias. Por fim — e não menos importante — representa uma evidência robusta de que o número de cores da QCD é, de fato, $N_c = 3$.

BIBLIOGRAFIA

[1] PESKIN, Michael E. An Introduction to quantum field theory. CRC press, 2018.
[2] THOMSON, Mark. Modern particle physics. Cambridge University Press, 2013.
[3] LAHIRI, Amitabha; PAL, Palash B. Quantum Field Theory. Alpha Science: Oxford, UK, 2011.
[4] SCHWARTZ, Matthew D. Quantum Field Theory and the Standard Model. 2014.
[5] TANABASHI, Masaharu et al.,Phys. Rev. D, v. 98, n. 3, p. 1-1898, 2018.
[6] JADE COLLABORATION et al., Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, v. 26, p. 507-513, 1985.
[7] ADEVA, B. et al., Phys. Rev. D, v. 38, n. 9, p. 2665, 1988.
[8] PERL, Martin L., Annual Review of Nuclear and Particle Science, v. 30, n. 1, p. 299-335, 1980.