



# Modelagem Analítica Conversores de Torque de Geometria Variável

*Uma Abordagem para Simulações de Sistemas de Transmissão equipados com Conversores de Torque*

Gustavo Dias Manzari, LAMAR, FEM-UNICAMP

Thales Freitas Peixoto, LAMAR, FEM-UNICAMP

Katia Lucchesi Cavalca Dedini, LAMAR, FEM-UNICAMP

**Palavras-chave:** Conversor de Torque, Geometria Variável, Otimização, Modelagem de Sistemas, Transmissão Automática.

## 1 Introdução

Os conversores de torque hidrodinâmicos são componentes fundamentais em transmissões automáticas e aplicações industriais, como a geração de energia, pela sua capacidade de acoplar suavemente a fonte de potência ao eixo de saída, ao mesmo tempo que multiplicam o torque [1]. Sistemas de transmissão modernos utilizam este acoplamento fluido como parte do sistema variador de velocidade, podendo aumentar a eficiência mecânica e reduzir o consumo de combustível da fonte de potência [2]. Em Conversores de Torque de Geometria Variável (VGTC)<sup>1</sup>, o torque de saída pode ainda ser regulado por um ajuste na geometria das palhetas para controlar a resposta do sistema [3].

A modelagem de sistemas que utilizam estes VGTCs requer um modelo acurado que retorne o torque de saída na turbina para cada estado do sistema. As simulações de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) estimam este torque com alta-fidelidade, porém demandam alto custo computacional. Uma alternativa é a modelagem analítica terminal de conversores de torque, que resolve a vazão volumétrica do fluido de trabalho e os torques no VGTC em regime permanente com simples equações quadráticas [4]. A principal limitação desta abordagem, contudo, reside na necessidade de parâmetros geométricos precisos (como os ângulos das pás do impulsor, da turbina e do estator), que são frequentemente inacessíveis ou desconhecidos, de difícil medição ou simplesmente indisponíveis. Esta lacuna de informação pode levar a disparidades significativas entre o comportamento previsto pelo modelo e o desempenho real do conversor, comprometendo a validade

das simulações.

Diante deste desafio, este trabalho apresenta uma nova metodologia para superar as limitações dos modelos analíticos. Propõe-se uma abordagem baseada em otimização de projeto inverso para estimar com precisão os parâmetros geométricos de um VGTC a partir do seu mapa de torque de referência experimental. Ao empregar um algoritmo de otimização para minimizar o erro entre a curva de torque do modelo e os dados de referência, o método permite a criação de um modelo analítico robusto e preciso sem a necessidade de medições físicas diretas ou de simulações CFD dispendiosas.

### 1.1 Objetivo

O objetivo deste artigo é, portanto, desenvolver e validar esta metodologia, demonstrando a sua eficácia e viabilidade como uma ferramenta prática para engenheiros e pesquisadores na área de sistemas de transmissão. O restante do artigo está estruturado da seguinte forma: a Seção 2 detalha o modelo analítico do conversor de torque. A Seção 3 descreve a formulação do problema de otimização inversa. A Seção 4 apresenta os resultados da aplicação do método a um VGTC de referência.

## 2 Modelo Analítico de VGTC

Um conversor de torque hidrodinâmico convencional é composto por três elementos fundamentais que operam em um circuito toroidal fechado (Figura 1): a bomba, a turbina e o estator (também chamado de reator) [1]. A bomba, acoplada à fonte de potência, acelera o fluido de trabalho, convertendo o torque de entrada em momento

<sup>1</sup>Variable Geometry Torque Converter

angular. A turbina, conectada ao eixo de saída, extrai a energia cinética do fluido para gerar o torque de saída. O estator, posicionado entre a saída da turbina e a entrada da bomba, é o componente que possibilita a multiplicação de torque [?]. Sua função é redirecionar o fluxo de fluido que retorna da turbina, alterando seu momento angular antes que ele reingresse na bomba. É essa alteração no momento angular que produz um torque de reação, resultando em um torque de saída na turbina que pode ser significativamente maior que o torque de entrada da bomba, especialmente em baixas razões de velocidade (alto escorregamento).

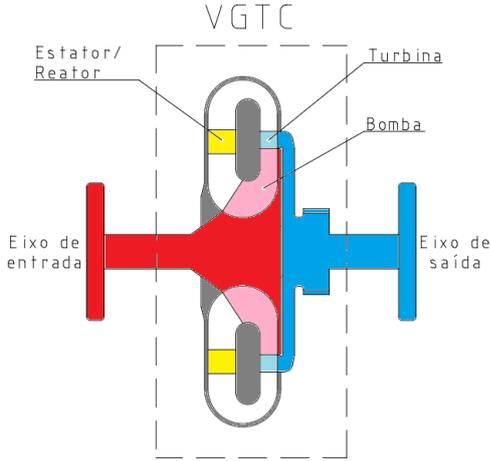


Figura 1: Esquema ilustrativo de um Conversor de Torque de Geometria Variável (VGTC).

A operação de um conversor de torque baseia-se nos princípios da mecânica dos fluidos, em que energia cinética e quantidade de movimento angular é transferida de uma bomba à uma turbina por meio do fluido de trabalho, descrito conceitualmente pela Equação de Euler [4]. Um marco significativo no equacionamento de conversores de torque é o modelo analítico terminal de Kotwicki (1982) [4]. Este modelo descreve o comportamento da vazão volumétrica e os torques em cada componente do conversor através de um sistema de equações quadráticas. Tais equações incorporam parâmetros geométricos do conversor (Figura 2), propriedades do fluido de trabalho e as rotações da bomba e da turbina em regime permanente.

## 2.1 Parâmetros

A Tabela 1 detalha as principais grandezas utilizadas no modelo de Kotwicki.

O que difere um conversor de torque de geometria fixa de um VGTC de geometria variável é o ajuste de uma das variáveis de geometria. Neste trabalho foi escolhida a variável  $\alpha_{rx}$ , pois o ângulo da palheta do reator é responsável pela multiplicação de torque e pode alterar o desempenho do sistema (Dong 2024 [3]).

## 2.2 Equações principais

Seguindo a análise de Kotwicki [4], os torques na bomba ( $T_p$ ) e na turbina ( $T_t$ ) são expressos em função da vazão

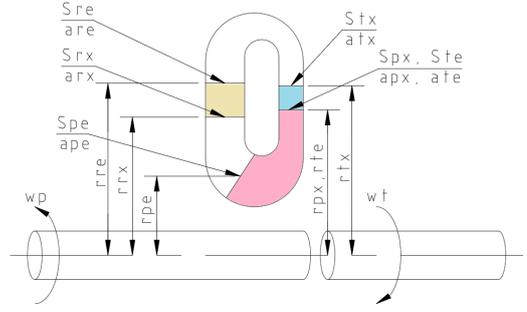


Figura 2: Esquema dos parâmetros geométricos do modelo de Kotwicki.

Tabela 1: Grandezas do modelo de Kotwicki.

Parâmetro	Símbolo	Unidade
Raio médio da interface	$r_{ci}$	$m$
Ângulo da pá na interface	$\alpha_{ci}$	$rad$
Área da interface	$S_{ci}$	$m^2$
Velocidade angular	$\omega_c$	$rad/s$
Torque	$T_c$	$N \cdot m$
Potência	$P_c$	$W$
Variação de pressão	$\Delta p_c$	$Pa$
Queda de pressão por choque	$\Delta p_s$	$Pa$
Densidade do fluido	$\rho$	$kg/m^3$
Coefficiente de atrito	$c_f$	adim.
Taxa de variação do momento angular	$\dot{L}_{ci}$	$kg \cdot m^2/s$
Vazão volumétrica	$Q$	$m^3/s$
Velocidade tangencial absoluta	$V_{Tci}$	$m/s$
Velocidade tangencial relativa	$v_{Tci}$	$m/s$
Velocidade normal	$V_{Rci}$	$m/s$
Razão de torque	$TR$	adim.
Razão de velocidade	$s$	adim.
Fator de capacidade	$K$	$\frac{rad}{s\sqrt{N \cdot m}}$

Nota: O subscrito  $c$  representa o componente ( $p$  para bomba,  $t$  para turbina,  $r$  para estator) e  $i$  a interface ( $e$  para entrada,  $x$  para saída).

volumétrica ( $Q$ ) e das velocidades angulares dos componentes. A dedução parte da equação de Euler para turbomáquinas, que estabelece que o torque ( $T$ ) é igual à taxa de variação do momento angular do fluido:

$$T_c = \dot{L}_{ce} - \dot{L}_{cx} \quad (1)$$

$$\dot{L}_{ci} = \rho Q r_{ci} V_{Tci} \quad (2)$$

Onde  $\dot{L}_{ci}$ , na equação (2), é a taxa de variação do momento angular na interface e  $V_{Tci}$  é a velocidade tangencial absoluta do fluido deduzida com os triângulos de velocidade da Figura 3, comuns em aplicação de turbomáquinas. Para que a equação (2) seja reescrita e substituída na equação (1) para a bomba  $T_p$  e para a turbina  $T_t$ :

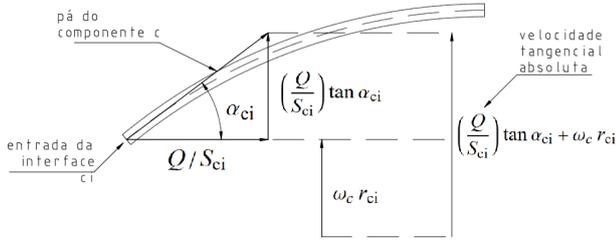


Figura 3: Triângulo de velocidades na interface de um componente

$$\dot{L}_{ci} = \frac{\rho r_{ci}}{S_{ci} \tan \alpha_{ci}} Q^2 + \rho r_{ci}^2 \omega_c Q \quad (3)$$

$$T_p = A \omega_p Q + B Q^2 \quad (4)$$

$$T_t = A \omega_p Q - C \omega_t Q + D Q^2 \quad (5)$$

Em que,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são constantes que dependem exclusivamente da geometria do conversor e das propriedades do fluido de trabalho.

$$A = \rho r_{px}^2$$

$$B = \rho \left( \frac{r_{px}}{S_{px}} \tan \alpha_{px} - \frac{r_{rx}}{S_{rx}} \tan \alpha_{rx} \right)$$

$$C = \rho r_{tx}^2$$

$$D = \rho \left( \frac{r_{px}}{S_{px}} \tan \alpha_{px} - \frac{r_{tx}}{S_{tx}} \tan \alpha_{tx} \right)$$

Para resolver a equação (1), Kotwicki limitou o escopo da sua solução para condição de regime permanente que garante que toda energia adicionada ao sistema para que uma partícula de fluido realize o circuito completo deve ser nula. Em termos da queda de pressão total no sistema:

$$\sum \Delta p = 0 \quad (6)$$

E os termos de queda de mudança de pressão ocorrem pelos seguintes fatores:

- Pela rotação da bomba:  $\Delta p_p = \frac{P_p}{Q} = \frac{\omega_p T_p}{Q}$
- Pela rotação da turbina:  $\Delta p_t = \frac{P_t}{Q}$
- Por atrito:  $\Delta p_f = 1/2 \rho c_f Q^2$
- Por choque nas interfaces:  $\Delta p_s = \Delta p_{s(p-t)} + \Delta p_{s(t-r)} + \Delta p_{s(r-p)}$

Resultando em uma equação quadrática para  $Q$ , chamada equação de compatibilidade (7):

$$I Q^2 + (H \omega_t - G \omega_p) Q - (E \omega_p^2 + F \omega_t^2) = 0 \quad (7)$$

Em que as constantes  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  e  $I$  também dependem exclusivamente da geometria do conversor e dos

parâmetros do fluido de trabalho.

$$E = \frac{\rho}{2} (r_{px}^2 - r_{pe}^2)$$

$$F = \frac{\rho}{2} (r_{tx}^2 - r_{te}^2)$$

$$G = \rho \left( \frac{r_{px}}{S_{te}} \tan \alpha_{te} - \frac{r_{pe}}{S_{pe}} \tan \alpha_{pe} \right)$$

$$H = \rho \left( \frac{r_{te}}{S_{te}} \tan \alpha_{te} - \frac{r_{tx}}{S_{re}} \tan \alpha_{re} \right)$$

$$I = \frac{\rho}{2} \left[ \left( \frac{\tan \alpha_{px} - \tan \alpha_{te}}{S_{px}} \right)^2 + \left( \frac{\tan \alpha_{tx} - \tan \alpha_{re}}{S_{tx}} \right)^2 + \left( \frac{\tan \alpha_{rx} - \tan \alpha_{pe}}{S_{rx}} \right)^2 + c_f \right]$$

Para considerar o modelo de geometria variável basta substituir o ângulo de saída da pá do reator por uma função da variável da abertura do conversor  $\gamma$ . Todas os coeficientes das equações de Kotwicki são constantes para conversores de torque com geometria fixa, e são funções da abertura ( $\gamma$ ) para geometria variável.

- $\alpha_{rx} \rightarrow \alpha_{rx}(\gamma)$
- Geometria Fixa:  $A, B, C, D, E, F, G, H$  e  $I \rightarrow cte.$
- Geometria Variável:  $A, C, D, E, F, G, H \rightarrow cte., B(\gamma)$  e  $I(\gamma)$

É importante salientar, que este trabalho diverge do modelo de Kotwicki por não incorporar uma catraca que permite o estator girar livremente quando a razão de torque chega em 1. As curvas traçadas para julgar o comportamento dos VGTC, em função da razão de velocidade<sup>2</sup>, são:

- Razão de torque:  $TR = T_t/T_p$
- Fator de capacidade:  $K = \omega_p/\sqrt{T_p}$

O conjunto de equações apresentado permite prever o desempenho do VGTC. No entanto, sua eficácia prática depende inteiramente da disponibilidade dos parâmetros geométricos, que são frequentemente desconhecidos.

### 3 Otimização de Parâmetros

Para superar a dificuldade de obtenção dos parâmetros geométricos, este trabalho propõe uma metodologia baseada em otimização de projeto inverso. Utiliza-se um mapa de torque experimental de um conversor de referência como base para o problema de otimização, cujo objetivo é minimizar o erro quadrático entre a curva de torque real e a prevista pelo modelo. Um algoritmo de otimização ajusta os parâmetros do modelo dentro de um domínio de busca predefinido, até que a convergência para um conjunto de parâmetros que minimiza a função de erro seja alcançada, garantindo a melhor correspondência possível entre o modelo e os dados experimentais.

<sup>2</sup>  $s = \omega_t/\omega_p$

### 3.1 Benchmark

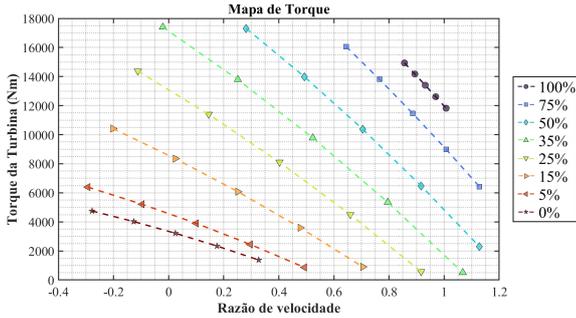


Figura 4: Mapa de torque do benchmark

Para validar o modelo descrito anteriormente com dados de um VGTC conhecido, foi utilizado o seu mapa de torque (Figura 4). Este mapa contém o torque da turbina em função da razão de velocidade para oito valores de abertura ( $\gamma \rightarrow [0\%, 5\%, 15\%, 25\%, 35\%, 50\%, 75\%, 100\%]$ ).

### 3.2 Equações de otimização

O problema de otimização é formulado para minimizar o erro quadrático entre a curva de torque prevista pelo modelo e os dados experimentais do benchmark. A função objetivo (equação 8) soma os erros quadráticos entre o torque previsto e o benchmark para cada abertura  $\gamma_i^3$  e cada ponto de operação, utilizando o erro médio quadrático como métrica. Os parâmetros geométricos são divididos em dois grupos: (1) parâmetros da geometria fixa (raios, áreas e ângulos constantes) e (2) ângulos das palhetas móveis do reator, que variam com a abertura.

$$\text{Res}_{\gamma_j} = \sum_{i=1}^n \sqrt{(T_{t,exp.}(\gamma_j) - T_{t,modelo.}(\gamma_j))^2} \quad (8)$$

$$\text{erro}_{\gamma_j} = \frac{\text{Res}_{\gamma_j}}{\sum_{i=1}^n T_{t,exp.}(\gamma_j)} \quad (9)$$

O algoritmo de otimização é realizado em duas etapas:

- **Etapa 1:** Ajuste dos parâmetros de geometria fixa para uma abertura de referência de 35%, buscando minimizar o erro quadrático para esta condição.
- **Etapa 2:** Com a geometria fixa definida, ajusta-se os ângulos das palhetas móveis do reator para cada abertura de 0% a 100%, minimizando o erro para cada caso.

Em ambas etapas, o valor do resíduo e o vetor de parâmetros são armazenados para análise posterior. Para garantir robustez e evitar mínimos locais, utilizou-se amostragem Latin Hypercube e múltiplos pontos de partida, aumentando o custo computacional, mas melhorando a confiabilidade dos resultados. A amostragem Latin Hypercube (LHS) é um método estatístico que divide o espaço de cada parâmetro em intervalos equiprováveis

<sup>3</sup>O termo  $\gamma_j$  representa a abertura do conversor, e  $n$  é o número de pontos de de medição para cada abertura.

e garante que cada intervalo seja amostrado, proporcionando uma cobertura mais uniforme do espaço de busca em comparação à amostragem aleatória simples. Para mais detalhes, ver McKay et al. (1979) [5].

## 4 Resultados e Discussão

A metodologia de otimização de projeto inverso demonstrou alta eficácia na estimação dos parâmetros geométricos do VGTC. A Figura 5 ilustra a excelente correspondência entre as curvas de torque previstas pelo modelo otimizado e os dados experimentais de referência para todas as oito aberturas analisadas.

A Figura 6 apresenta a relação funcional obtida entre o ângulo de saída da palheta do reator ( $\alpha_{rx}$ ) e a porcentagem de abertura ( $\gamma$ ). Conforme esperado, o ângulo varia de forma monotônica, permitindo o controle contínuo sobre o desempenho do conversor.

A análise do desempenho, apresentada na Figura 7, mostra o comportamento da razão de torque em função da razão de velocidade. O modelo foi capaz de replicar a característica fundamental dos conversores de torque: a multiplicação de torque em baixas razões de velocidade. A razão de torque máxima de 2.03 foi alcançada com uma abertura de 0%, condição de maior restrição ao fluxo pelo reator. À medida que a abertura aumenta, a capacidade de multiplicação de torque diminui. A região do gráfico cuja razão de torque é negativa indica somente a condição que a bomba e a turbina giram no sentido fora do usual do sistema. Enquanto que para razões de velocidade maiores do que 1, a turbina gira mais rápido que a bomba, indicando que o conversor está funcionando como um redutor de velocidade, o que é esperado em aplicações práticas.

A Figura 8 exibe a vazão volumétrica calculada pelo modelo. Observa-se que a vazão aumenta com o aumento da razão de velocidade e da porcentagem de abertura, o que é consistente com a física do escoamento em turbomáquinas.

A precisão do modelo é quantificada na Figura 9. O erro médio geral do modelo, considerando todas as aberturas, foi de apenas 0.48%. O erro máximo observado foi de 1.16%, ocorrendo na abertura de 5%. Estes valores demonstram a alta fidelidade do modelo analítico parametrizado, validando a metodologia proposta como uma ferramenta robusta para a modelagem de VGTCs.

Em suma, a metodologia de otimização de projeto inverso superou a principal limitação dos modelos analíticos, a necessidade de parâmetros geométricos precisos, ao parametrizar o modelo de VGTC diretamente dos dados experimentais. O modelo resultante é não apenas robusto e de alta fidelidade, com um erro médio de 0.48%, mas também computacionalmente eficiente, estabelecendo-se como uma alternativa viável às simulações CFD para aplicações em modelagem e controle de sistemas de transmissão.

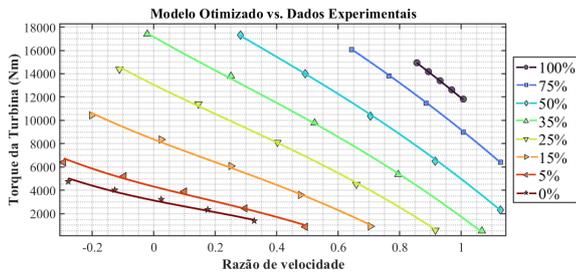


Figura 5: Resultados do mapa de torque após otimização.

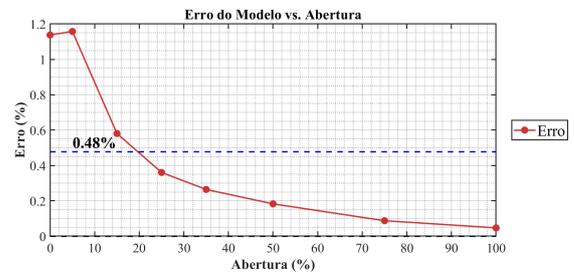


Figura 9: Porcentagem de erro em função da abertura.

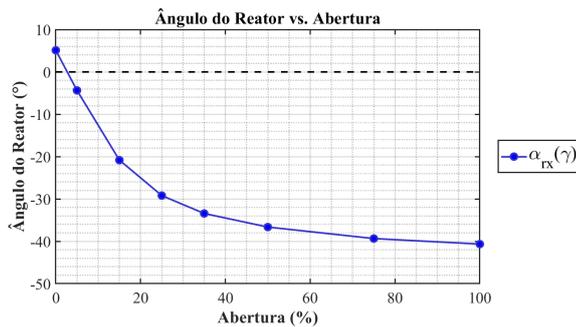


Figura 6: Resultados da angulação da palheta móvel em função da abertura.

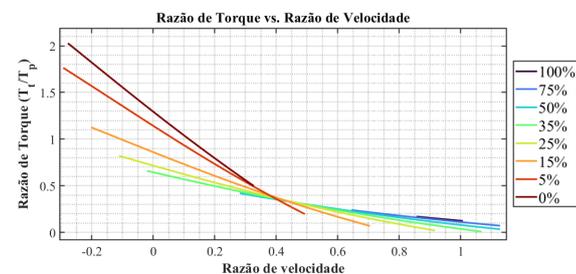


Figura 7: Resultados da razão de torque em função da abertura.

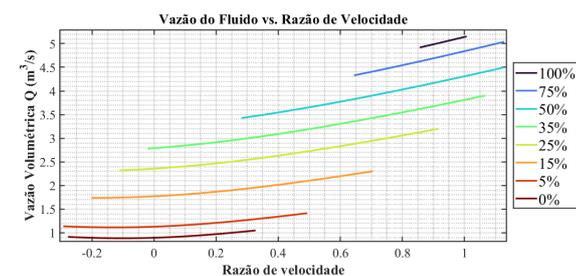


Figura 8: Resultados da vazão volumétrica em função da abertura.

## Referências

- [1] SCHAEFFLER GROUP. *The Torque Converter as a System*. Herzogenaurach: Schaeffler AG, 2011.
- [2] MATTOS, J. Otimização das Características Geométricas de um Conversor de Torque Automotivo. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2022.
- [3] Dong, Z., et al. *Analysis of Influence of Stator Blade Outlet Angle on Performance of Torque Converter*. Journal of Mechanical Engineering, vol. 60, no. 11, 2024, pp. 105-115.
- [4] KOTWICKI, A. J. *Dynamic Models for Torque Converter Equipped Vehicles*. Warrendale: SAE, 1982. (SAE Technical Paper 820393).
- [5] MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. *Technometrics*, v. 21, n. 2, p. 239-245, 1979.