

# Análise Dinâmica Torcional de Sistemas Rotativos

Palavras-Chave: Dinâmica, Torcional, Rotativo

Autores:

Lucas Guyot Maatalani, FEM – UNICAMP

Prof. Dr. Gregory Bregion Daniel (orientador), FEM - UNICAMP

## INTRODUÇÃO:

Este projeto de iniciação científica concentra-se na análise do comportamento vibratório torcional do trem de potência de um aerogerador de eixo horizontal. A relevância do estudo reside na compreensão aprofundada da dinâmica de sistemas rotativos complexos, como os encontrados em turbinas eólicas. O trabalho baseia-se em modelos dinâmicos torcionais previamente estabelecidos por Silva (2015) e Todorov (2009), que servem como referência para a modelagem e simulações realizadas a partir dos conceitos do Método dos Parâmetros Concentrados (MPC). Além disso, a pesquisa incorpora conceitos do Método dos Elementos Finitos (MEF) para uma análise mais abrangente, que leva a inclusão de outros efeitos dinâmicos na modelagem do sistema.

As turbinas eólicas representam uma das soluções mais importantes para a transição energética global, aproveitando a força do vento para gerar eletricidade de forma limpa e sustentável. Sua relevância reside na capacidade de reduzir a dependência de combustíveis fósseis e mitigar os efeitos das mudanças climáticas. Dentro de sua estrutura, as caixas de engrenagens desempenham um papel crucial. Elas são responsáveis por multiplicar a baixa velocidade de rotação para a alta velocidade necessária para que o gerador produza eletricidade de forma eficiente. Sem essas caixas, a conversão da energia cinética do vento em energia elétrica seria inviável, tornando-as um componente essencial para a operação e a eficácia das turbinas eólicas.

## METODOLOGIA:

Inicialmente, foi desenvolvida uma análise dinâmica utilizando o do Método dos Parâmetros Concentrados (MPC). Para tanto, foi utilizado o modelo dinâmico do trem de potência de um aerogerador, o qual está representado na Figura 1. Nesse sistema composto por oito corpos, será adotada uma análise puramente torcional, sendo assim, cada corpo do sistema apresenta um único grau de liberdade dada pela rotação em torno de seu próprio eixo. Destacam-se um rotor, um planetário

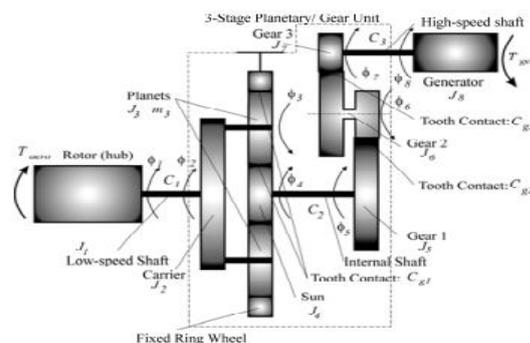


Figura 1: Modelo dinâmico – fonte: Todorov (2009)

que possui um braço,  $n$  planetas agrupados em um único corpo, um sol e um anel fixo, dois pares de engrenagens paralelas e um gerador. Verifica-se que, foram adotados efeitos de rigidez no contato das engrenagens e a atuação dos eixos como rigidezes que resistem à torção. Fatores de amortecimento viscosos foram considerados em certas engrenagens, especialmente aquelas imersas em óleo lubrificante.

Primeiramente, as equações de movimento do presente trabalho foram obtidas a partir do diagrama de corpo livre indicado na Figura 2, usando duas abordagens: Newtoniana e Lagrangiana. Para o rotor, representado como sendo o corpo 1, a sua equação de movimento obtida está indicada na Equação 1 a seguir, em que  $J_1$  refere-se a sua inércia,  $K_1$  a rigidez do primeiro eixo,  $M_E$  ao torque aerodinâmico sobre o rotor,  $\ddot{\theta}_1$  a aceleração angular, e  $\theta_1$  e  $\theta_2$  ao deslocamento angular do rotor e do braço respectivamente. Posteriormente, com todas as equações de movimento de todos os corpos, consegue-se representá-las na forma matricial indicada na Equação 2, em que  $M$  é a matriz das inércias,  $C$  a de amortecimento,  $K$  a de rigidez e  $F$  ao vetor de forças externas.

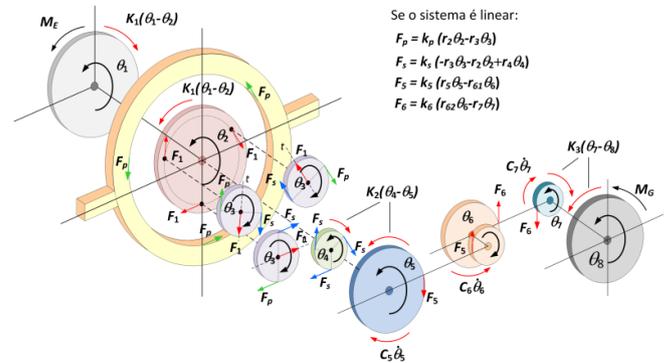


Figura 2: Diagrama de corpo livre do sistema - fonte: Gustavo (2015)

Com isso, a Equação 2 pode transformada em uma equação diferencial de primeira ordem, utilizando a representação em espaço de estados. A partir dessa representação, foram calculadas as frequências naturais e os modos de vibração do sistema, utilizando os autovalores e autovetores da matriz de estados indicada na Equação 3 como a matriz  $A$ , em que  $Z$  e  $I$  representam respectivamente as matrizes identidades e nula de ordem igual ao número de corpos do sistema. Para tanto, um código computacional em MATLAB foi desenvolvido para simular o comportamento vibratório do aerogerador.

$$J_1 \cdot \ddot{\theta}_1 + K_1 \cdot \theta_1 - K_1 \cdot \theta_2 = M_E \quad (1)$$

$$[M] \cdot \{\ddot{\theta}\} + [C] \cdot \{\dot{\theta}\} + [K] \cdot \{\theta\} = \{F\} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} [Z] & [I] \\ -[M]^{-1} \cdot [K] & -[M]^{-1} \cdot [C] \end{bmatrix} \quad (3)$$

Figura 3: Equações 1, 2 e 3 citadas no texto

Além das frequências naturais, as simulações podem incluir o cálculo das rotações, velocidades e acelerações angulares dos corpos do sistema. Para tanto as condições de entrada para as simulações envolveram a aplicação de torque aerodinâmico nas pás do rotor, e do torque eletromagnético no gerador.

O cálculo do torque aerodinâmico foi realizado utilizando o método dos momentos de elementos de pás indicado em Burton (2001), em que as pás da turbina são divididas em seções independentes. Forças de sustentação e arrasto são determinadas em cada seção e projetadas para obter a componente tangencial responsável pelo torque. Com isso o torque aerodinâmico foi encontrado a partir de um

processo iterativo foi implementado para determinar os fatores de indução, considerando o ângulo de ataque e os coeficientes de sustentação e arrasto de perfis aerodinâmicos (NACA 4412). Para tanto, cada pá foi segmentada em 100 elementos, em que a Equação 4 a seguir representa o torque aerodinâmico elementar, sendo R o raio do rotor, N o número de pás da turbina, L a força de sustentação, D a força de arrasto, e  $\phi$  o ângulo de fluxo de ataque.

$$T_{aero} = \frac{R^2 * N * (L * \sin(\phi) - D * \cos(\phi))}{2} \quad (4)$$

Por fim, a dedução do torque eletromagnético do gerador envolveu um modelo de corrente alternada no referencial síncrono dq, segundo indicado em Todorov (2009). A análise considerou a interação entre fluxos magnéticos e correntes nos enrolamentos do estator e do rotor, com a resolução de equações diferenciais complexas. Para evitar instabilidades numéricas em simulações aeroelásticas, assumiu-se que o fluxo do estator é quase constante, simplificando o modelo para uma única equação diferencial complexa do fluxo do rotor. A Equação 5 a seguir, representa o torque eletromagnético no gerador, em que  $\psi_s$  e  $\underline{\psi_r}$  são respectivamente o fluxo no estator e o complexo conjugado do fluxo no rotor, além disso, p é o número de pares de pólos,  $L_m$  é a indutâncias de magnetização do estator, e D um parâmetro do estator

$$T_{gen} = \frac{3pL_m}{2D} \text{Im} \{ \psi_s \cdot \underline{\psi_r} \} \quad (5)$$

Após a análise dinâmica realizada pelo Método dos Parâmetros Concentrados (MPC), o mesmo sistema está sendo modelado por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), agora incluindo os efeitos da dinâmica lateral. Nesse método, o eixo é discretizado em elementos finitos interligados por nós, permitindo representar variações geométricas e materiais ao longo do comprimento. A modelagem considera cinco graus de liberdade por nó, conforme indicado por Pontes (2024), o que possibilita uma representação mais completa do comportamento dinâmico do sistema. Um código em MATLAB está sendo desenvolvido a fim de comparar com a modelagem por Parâmetros Concentrados

## RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Ao simular as frequências naturais do sistema, observou-se que, para o código baseado nos dados de Todorov (2009), o qual não considera fatores de amortecimento, os valores das frequências naturais foram obtidos e apresentaram consistência com o modelo como mostrado na Tabela 1, em que apresenta a frequência esperada indicada no texto do Todorov (2009), a frequência obtida com o código proposto e a dispersão entre esses dados

Tabela 1: Valores das frequências naturais esperadas e obtidas com os dados do texto do Todorov

Corpo	Frequência Esperada (Hz)	Frequência Obtida (Hz)	Dispersão
Rotor	0,27	0,28	3,57%
Braço	2,51	2,49	0,79%
Planeta	66,52	66,34	0,27%
Sol	187,46	190,61	1,65%
Engrenagem 5	249,40	249,51	0,04%
Engrenagem 6	290,74	290,74	-
Engrenagem 7	434,30	446,77	2,79%
Gerador	716,19	716,71	0,07%

Além disso, a partir de valores dos coeficientes de sustentação e arrasto conseguem ser obtidos a partir de tabelas e gráficos, o torque aerodinâmico encontrado a partir do processo iterativo proposto foi de 15,169 kN.m, em conformidade com o resultado de Todorov (2009).

Por fim, estão representados a seguir os gráficos referentes a resposta temporal obtida na simulação computacional de alguns componentes desse sistema, em que as Figuras 4 e 5 indicam os deslocamentos angulares do rotor e da engrenagem 7 respectivamente.

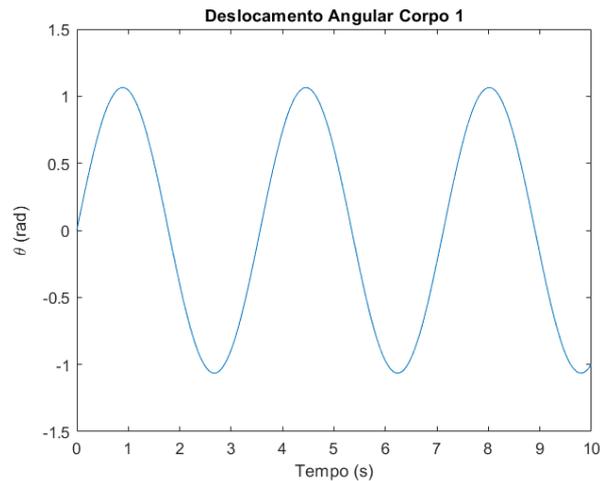


Figura 4: Deslocamento angular do Rotor

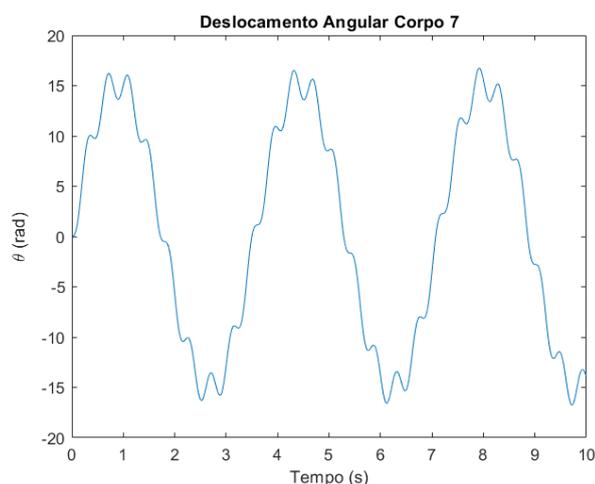


Figura 5: Deslocamento angular da Engrenagem 7

## CONCLUSÕES:

Portanto, este projeto de iniciação científica busca demonstrar a robustez e a complementaridade das abordagens do Método dos Parâmetros Concentrados (MPC) e do Método dos Elementos Finitos (MEF) na análise do comportamento vibratório torcional de aerogeradores. A aplicação do MPC permitiu uma modelagem direta e interpretativa do sistema, considerando exclusivamente os efeitos torcionais. Paralelamente, está em desenvolvimento a modelagem do mesmo sistema por meio do MEF, com o objetivo de incorporar gradualmente os efeitos combinados torcionais e laterais. A proposta é realizar uma comparação entre os resultados obtidos com ambos os métodos, inicialmente considerando apenas os efeitos torcionais, e posteriormente avaliando as influências da dinâmica lateral. Assim, este estudo evidencia a relevância da integração entre as metodologias para análises mais completas e precisas de sistemas rotativos complexos, como os presentes em turbinas eólicas.

---

## BIBLIOGRAFIA

- BURTON, Tony; SHARPE, David; JENKINS, Nick; BOSSANYI, Ervin. *Wind Energy Handbook*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2001.
- PONTES, João. Influência de mancais hidrodinâmicos sobre um sistema multi-eixos do trem de potência de uma turbina eólica de eixo horizontal. Campinas, 2024.
- SILVA, Gustavo. Estudo do Comportamento Vibratório Torcional do Trem de Potência de um Aerogerador de Eixo Horizontal. Campinas, 2015.
- TODOROV, M.; DOBREV, I. e MASSOUH, F. Analysis of torsional oscillation of the drive train in horizontal-axis wind turbine, ELETROMOTION., pp. 1-7, 2009.