VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO DE MANCAIS HIDRODINÂMICOS

Palavras-Chave: ASME V&V, LUBRIFICAÇÃO HIDRODINÂMICA, GÊMEOS DIGITAIS

Autores(as): Ana Carolina Ramos – FEM/UNICAMP

Prof.ª Katia Lucchesi Cavalca Dedini – FEM/UNICAMP

INTRODUÇÃO

A modelagem computacional de componentes mecânicos tem se tornado uma ferramenta indispensável para o desenvolvimento e a análise de sistemas rotativos modernos, principalmente diante do avanço das tecnologias digitais e da difusão de aplicações como gêmeos digitais. Dentre os elementos fundamentais que integram essas máquinas, os mancais hidrodinâmicos ocupam um papel central, sendo responsáveis pela sustentação dos eixos e pela manutenção da estabilidade operacional em altas velocidades. No entanto, o desempenho desses componentes é sensível a parâmetros operacionais como viscosidade do lubrificante, folga radial e frequência de rotação, que afetam a espessura do filme e, consequentemente, a capacidade de sustentação de carga.

Nesse contexto, garantir a confiabilidade de modelos computacionais aplicados à simulação de mancais torna-se um requisito indispensável para a sua aplicação em engenharia de confiabilidade, manutenção preditiva e sistemas industriais inteligentes. Para que um modelo seja considerado confiável, é necessário comprovar não apenas a correção da sua implementação matemática, mas também sua capacidade de representar adequadamente o comportamento físico do sistema real. É nesse escopo que se inserem os processos de Verificação e Validação (V&V), conforme preconizados pelas normas ASME V&V 10-2006 e ASME V&V 20-2009, que oferecem diretrizes formais para a avaliação da robustez numérica e da aderência física de modelos computacionais.

O presente trabalho tem como objetivo aplicar essas diretrizes ao software RotorTest, desenvolvido no Laboratório de Máquinas Rotativas (LAMAR) da UNICAMP, focando na simulação de mancais hidrodinâmicos curtos. A análise foi conduzida com base na solução analítica de Ocvirk (1953), amplamente utilizada para mancais com baixa razão L/D, além de empregar métricas formais de verificação numérica e propor uma etapa experimental para validação futura.

METODOLOGIA

A primeira etapa da metodologia consistiu na verificação analítica do modelo, utilizando como referência a formulação clássica de Ocvirk (1953), que simplifica a equação de Reynolds para mancais curtos ao desprezar variações circunferenciais da pressão e considerar o predomínio do escoamento axial. A partir dessa formulação, foi possível defir expressões para a excentricidade adimensional (ε), o ângulo de atitude (φ) e a espessura mínima do filme lubrificante (h_{min}), além das coordenadas cartesianas do lócus do centro do eixo. A implementação dessas equações foi realizada em código Python, utilizando o método da bisseção para garantir o equilíbrio entre a carga aplicada e as forças hidrodinâmicas resultantes da distribuição de pressão. Nesta etapa, podemos verificar se o modelo numérico está condizente com o modelo teórico previsto pelos valores da ordem observada de convergência ($p_{o\beta s}$).

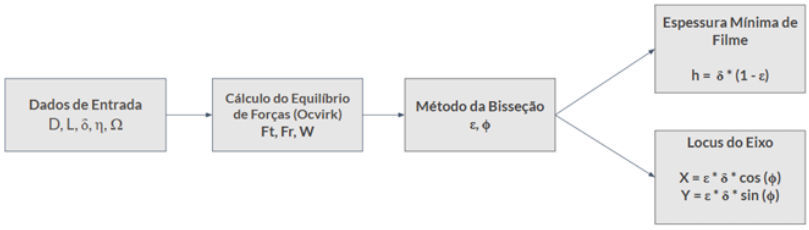

Figura 1 - Fluxograma do processo de verificação teórica.

Na sequência, realizou-se à verificação numérica da implementação presente no software RotorTest, com o objetivo de avaliar a confiabilidade das soluções obtidas frente ao refinamento da discretização espacial. Para isso, foram utilizadas três malhas bidimensionais com número crescente de nós nas direções axial e circunferencial (Tabela 1. O fator de refino adotado foi constante e igual a 3, de forma que a segunda malha possui três vezes mais elementos do que a primeira, e a terceira, por sua vez, representa um refinamento adicional equivalente. Além disso, as malhas foram projetadas de modo a atender aos critérios mínimos exigidos pelas normas ASME V&V 20 (2009), que recomendam que o fator de refinamento entre malhas consecutivas seja superior a 1,3 para garantir variações significativas nos erros e, portanto, uma análise de convergência robusta.

Tabela 1 - Discretização de malha.

Malha	Nós axiais	Nós circunferenciais
1	30	30
2	90	90
3	270	270

A partir das soluções obtidas para cada malha, foram avaliadas três grandezas de interesse físico: a excentricidade adimensional (ε), que representa o deslocamento relativo entre o centro do mancal e o centro do eixo normalizado pela folga radial, o ângulo de atitude (φ), que indica a orientação da força hidrodinâmica resultante em relação à linha de ação da carga e a espessura mínima do filme lubrificante (h_{min}), fundamental para prever a condição de operação segura do mancal, evitando contato metal-metal.

Com base nesses parâmetros, foi calculado o erro relativo entre as soluções obtidas em malhas consecutivas, permitindo estimar a taxa de variação das respostas frente ao refino. Em seguida, foi determinada a ordem teórica de convergência (p_{th}), uma métrica que quantifica a taxa com que o erro diminui à medida que a malha é refinada. Outro parâmetro avaliado foi o erro relativo da malha em que se aplicou o método de extrapolação de Richardson para obter a solução teórica no limite de refino infinito. Por fim, esse erro foi multiplicado por um fator de segurança (Fs = 1,25) para obtenção do índice de convergência da malha (GCI), que representa a incerteza associada à discretização utilizada.

Tabela 2 -Critérios de aceitabilidade para as métricas de verificação numérica.

Métrica	Critério de Aceitabilidade
Ordem teórica de convergência (p_{th})	1 a 3 (ideal ≈ 2)
Erro relativo de malha (%)	< 5% (ideal < 1%)
Índice de Convergência de Malha (GCI) (%)	< 5% (ideal < 1%)

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com a finalidade de avaliar o comportamento assintótico do processo iterativo de solução, foi determinada a ordem observada de convergência ($p_{o\beta s}$) para cada configuração geométrica analisada, variando a razão L/D. O cálculo de $p_{o\beta s}$ foi realizado com base na razão entre os erros absolutos obtidos em dois momentos distintos da iteração, escolhidos como N_1 = 10 e N_2 = 100. Essa seleção de iterações visou assegurar um intervalo suficientemente amplo para que fosse possível observar a tendência de estabilização do erro. Os erros absolutos foram definidos como a diferença entre a pressão máxima adimensional obtida numericamente e o valor de referência correspondente à solução analítica, permitindo a análise da taxa de aproximação da solução iterativa.

Para o caso de L/D = 0,2, observa-se uma redução acentuada do erro nas iterações iniciais, seguida de uma estabilização em patamares extremamente baixos. A ordem de convergência observada reflete esse comportamento,

indicando que o regime assintótico é atingido com menos de 100 iterações e que o algoritmo já se aproxima de sua precisão limite a partir desse ponto.

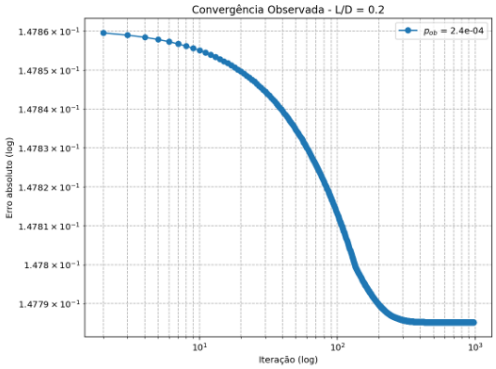

Figura 2 - Convergência observada para L/D = 0.2.

De forma análoga, para L/D = 0,3, a trajetória do erro absoluto ao longo das iterações também apresenta estabilização rápida, evidenciando um comportamento numérico previsível e consistente. A ordem de convergência obtida mantém-se próxima da anterior, o que reforça a robustez do algoritmo frente a diferentes geometrias do mancal.

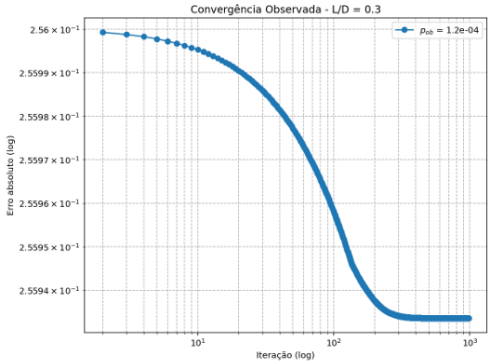

Figura 3 - Convergência observada para L/D = 0.3.

Na sequência, ao se considerar a razão L/D = 0,4, constata-se que o padrão de convergência permanece alinhado às observações anteriores. A estabilização do erro ocorre de forma precoce, com pequenas oscilações residuais nas últimas iterações. O valor calculado de $p_{o\beta s}$ confirma que o processo iterativo segue em regime assintótico, garantindo confiança nos resultados obtidos.

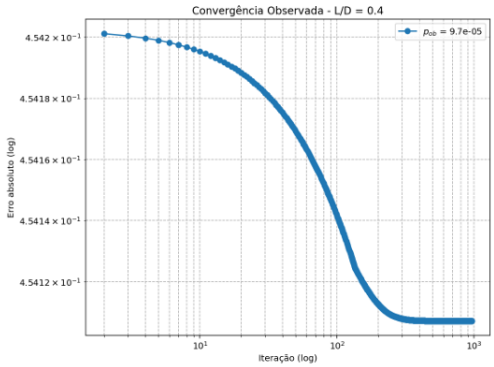

Figura 4 - Convergência observada para L/D = 0.4.

Por fim, para L/D = 0,5, o comportamento de convergência segue a mesma tendência. O erro se estabiliza rapidamente após as primeiras iterações, demonstrando elevada eficiência numérica. A ordem observada de convergência, embora relativamente baixa, confirma que o método iterativo empregado é eficaz para obter soluções consistentes com rapidez e estabilidade, mesmo em geometrias com maior comprimento relativo.

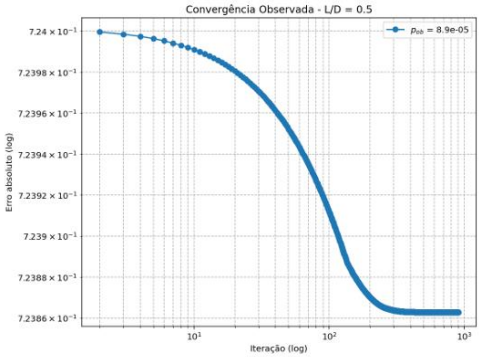

Figura 5 - Convergência observada para L/D = 0.5.

Após essa etapa de verificação de modelo, foi realizada a verificação numérica aplicada ao modelo computacional desenvolvido no RotorTest, com o objetivo de avaliar sua consistência frente ao refinamento de malha. Foram utilizadas as métricas formais estabelecidas pela norma ASME V&V 20, que permitem quantificar a precisão e a estabilidade numérica do modelo. Para cada razão geométrica L/D analisada, foram calculadas a ordem teórica de convergência (p_{th}) os erros absoluto e relativo, o índice de convergência da malha (GCI) e a quantidade de resposta do sistema (SRQ). Os resultados estão dispostos nas tabelas a seguir, permitindo uma análise detalhada da resposta do modelo em função do grau de refinamento adotado e da geometria do mancal. A interpretação dessas métricas é fundamental para confirmar a convergência das soluções e a confiabilidade do algoritmo implementado.

Tabela 3 - Métricas para 2300 RPM em diferentes razões L/D.

Excentricidade ε					
L/D	p_{th}	**Erro abs.**	**Erro rel.**	**GCI**	**SRQ**
2	0,4145	$-1{,}80 \times 10^{-4}$	$4{,}07 \times 10^{-4}$	$5{,}09 \times 10^{-4}$	0,445
3	2,0954	$-9{,}00 \times 10^{-6}$	$4{,}49 \times 10^{-5}$	$5{,}62 \times 10^{-5}$	0,200
4	2,0860	$-4{,}60 \times 10^{-6}$	$4{,}99 \times 10^{-5}$	$6{,}24 \times 10^{-5}$	0,092
5	1,9315	$-3{,}10 \times 10^{-6}$	$6{,}37 \times 10^{-5}$	$7{,}96 \times 10^{-5}$	0,049
Ângulo de atitude ϕ					
L/D	p_{th}	**Erro abs.**	**Erro rel.**	**GCI**	**SRQ**
2	2,9482	$3{,}96 \times 10^{-4}$	$6{,}84 \times 10^{-6}$	$8{,}55 \times 10^{-6}$	57,91
3	2,2086	$8{,}37 \times 10^{-4}$	$1{,}10 \times 10^{-5}$	$1{,}38 \times 10^{-5}$	75,72
4	1,6163	$2{,}17 \times 10^{-3}$	$2{,}60 \times 10^{-5}$	$3{,}25 \times 10^{-5}$	83,48
5	1,7607	$6{,}37 \times 10^{-4}$	$7{,}35 \times 10^{-6}$	$9{,}19 \times 10^{-6}$	86,59
Espessura mínima adimensional $h^*_{\min}$					
L/D	p_{th}	**Erro abs.**	**Erro rel.**	**GCI**	**SRQ**
2	1,7803	$1{,}72 \times 10^{-5}$	$3{,}11 \times 10^{-5}$	$3{,}88 \times 10^{-5}$	0,555
3	2,7082	$-2{,}08 \times 10^{-6}$	$2{,}60 \times 10^{-6}$	$3{,}25 \times 10^{-6}$	0,800
4	0,6748	$1{,}00 \times 10^{-5}$	$1{,}10 \times 10^{-5}$	$1{,}38 \times 10^{-5}$	0,908
5	1,3853	$6{,}45 \times 10^{-6}$	$6{,}79 \times 10^{-6}$	$8{,}48 \times 10^{-6}$	0,951

Os resultados obtidos evidenciam que o modelo numérico implementado está em conformidade com os critérios da ASME V&V. As ordens teóricas de convergência permanecem majoritariamente entre 1,6 e 2,7, faixa compatível com o regime assintótico esperado para métodos de segunda ordem. Simultaneamente, os valores de erro relativo e GCI mantiveram-se muito abaixo do limite de 5% recomendado pela norma, com GCI frequentemente inferior a 0,01%. Esses indicadores confirmam a estabilidade e a confiabilidade das soluções obtidas.

CONCLUSÕES

A partir da comparação entre os resultados obtidos no modelo analítico e na simulação numérica via RotorTest, foi possível avaliar o desempenho do algoritmo frente às principais variáveis que governam o comportamento de mancais hidrodinâmicos. apresentando boa concordância com as soluções analíticas em geometrias com menor razão L/D, divergindo progressivamente conforme a complexidade geométrica aumentava, reforçando os limites de aplicação dos modelos simplificados tradicionais.

Durante a etapa de verificação numérica, observou-se que os valores da ordem teórica de convergência situaram-se majoritariamente entre 1,6 e 2,7, indicando um comportamento compatível com métodos de segunda ordem. Os erros relativos médios permaneceram abaixo de 1% para a maioria dos casos, e os índices de convergência da malha (GCI) também se mantiveram dentro dos limites aceitáveis pela norma ASME V&V 20, confirmando a confiabilidade dos resultados mesmo em geometrias mais sensíveis. As análises de SRQ também apresentaram evolução estável e coerente com o esperado fisicamente, indicando que o modelo responde de forma previsível ao refino da malha.

Dessa forma, os resultados obtidos confirmam a consistência do modelo computacional estudado sob a ótica da verificação numérica. Os resultados demonstraram que o código apresenta comportamento assintótico adequado, com taxas de convergência compatíveis com métodos numéricos de segunda ordem e baixos níveis de erro em todas as geometrias realizadas. O desempenho consistente nas diferentes razões L/D investigadas reforça a qualidade da formulação empregada, oferecendo uma base sólida para futuras etapas de validação física e para possíveis extensões do modelo em condições mais complexas, como regimes térmicos ou transientes.

BIBLIOGRAFIA

ALVES, D. S. **Investigação do efeito térmico no comportamento dinâmico de mancais hidrodinâmicos**. 2011. 144 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

ASME. **Verification and validation in computational solid mechanics**. ASME V&V 10-2006. New York: The American Society of Mechanical Engineers, 2006.

ASME. **Verification and validation of computational fluid dynamics simulations**. ASME V&V 20-2009. New York: The American Society of Mechanical Engineers, 2009.

HAMROCK, B. J.; SCHMID, S. R.; JACOBSON, B. O. **Fundamentals of fluid film lubrication**. 2. ed. New York: Marcel Dekker, 2004.

KRÄMER, E. **Dynamics of rotors and foundations**. Berlin: Springer-Verlag, 1993.

MACHADO, T. H. **Identificação do desgaste em mancais hidrodinâmicos através do efeito de anisotropia**. 2014. 165 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

MONOPOLI, T. G. C. **Metodologia para o cálculo dos coeficientes dinâmicos de mancais hidrodinâmicos**. 2016. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

OCVIRK, F. W. **Short bearing approximation – The effect of end leakage on the load capacity of journal bearings**. NACA Technical Note 2808, 1953.

PETROFF, N. **Friction in machinery and the efficiency of lubricants**. Proceedings of the Imperial Academy of Sciences, St. Petersburg, 1883.

PINKUS, O. **Analysis of short journal bearings under dynamic loading**. *Journal of Basic Engineering*, ASME, v. 81, n. 1, p. 103–110, 1959.

PINKUS, O.; STERNLICHT, B. **Theory of hydrodynamic lubrication**. New York: McGraw-Hill, 1961.

PORTO, E. H. **Procedimento de verificação e validação de modelos numéricos para mancais hidrodinâmicos**. 2023. 140 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2023.

REYNOLDS, O. **On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil**. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. 177, p. 157–234, 1886.