



## Downside Risk e Médias Móveis para otimização de carteiras investimentos e do processo de compra e venda de ativos financeiros

**Palavras-Chave:** Downside Risk; Médias Móveis; Programação Quadrática; Otimização de Carteiras.

**Autores(as):**

Denise Maria Rodrigues, DFQM – UFSCar  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. Silvia Maria Simões de Carvalho, DFQM – UFSCar

---

## 1 Introdução

A tomada de decisões baseada em dados é essencial no mercado financeiro, caracterizado por alta incerteza. A Pesquisa Operacional oferece métodos quantitativos eficazes para modelar e resolver problemas complexos de alocação de recursos, destacando-se a Programação Linear (PL) e a Programação Quadrática (PQ) como ferramentas centrais para otimização. Enquanto a PL resolve problemas com restrições e funções objetivo lineares, a PQ amplia essa capacidade ao lidar com funções quadráticas, sendo particularmente adequada à gestão do risco de carteiras de investimento.

A Teoria Moderna de Portfólios, proposta por Markowitz, introduziu a diversificação e a fronteira eficiente como princípios fundamentais para equilibrar risco e retorno. No entanto, mensurar o risco de forma sensível à aversão a perdas permanece um desafio. Este trabalho explora a aplicação da PQ associada ao modelo *Downside Risk*, que considera apenas variações negativas dos retornos, oferecendo uma medida mais intuitiva do risco.

Complementarmente, são utilizadas médias móveis para identificar tendências e apoiar decisões de alocação de ativos. O modelo foi implementado em *Python*, com resultados comparados ao desempenho do Ibovespa em diferentes períodos, buscando avaliar sua eficácia na construção de carteiras menos expostas ao risco. O estudo contribui para a aplicação de métodos quantitativos avançados na gestão de investimentos sob incerteza.

## 2 Metodologia

Este trabalho está centrado na resolução de Problemas de Programação Quadrática (PPQs) para a seleção de carteiras de investimento. A metodologia envolve a elaboração de estratégias de alocação de ativos com base em indicadores técnicos, como médias móveis exponenciais, e na reavaliação periódica da carteira, de forma a se adaptar às condições do mercado. A implementação foi realizada em *Python*, com algoritmos que otimizam os ativos selecionados buscando maximizar o retorno ajustado ao risco. Os resultados foram comparados ao desempenho do índice Bovespa, possibilitando avaliar a eficiência da estratégia na obtenção de retornos superiores e na gestão de riscos entre novembro de 2023 e maio de 2025.

### 2.1 Downside Risk

A Teoria Moderna de Portfólios de Markowitz impactou positivamente as áreas de economia e finanças, transformando a forma como investidores estruturam suas carteiras. A partir dela, surgiram novos

modelos, como o *Downside Risk*, que se inserem no escopo da Teoria Pós-Moderna de Portfólio (*Post Modern Portfolio Theory* - PMPT).

Enquanto o modelo de Markowitz considera toda a variabilidade dos retornos (positiva e negativa) como risco, o modelo *Downside Risk* considera apenas as variações negativas, ou seja, aquelas abaixo da média que representam perda ao investidor.

Dado  $z_i = x_i - \bar{x}$ , a função que considera apenas as variações abaixo da média é definida como:

$$\min\{z_i, 0\} = \begin{cases} z_i, & \text{se } z_i < 0; \\ 0, & \text{se } z_i \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

A semivariância  $\zeta$  de  $n$  amostras é então calculada por:

$$\zeta = \frac{\sum_{i=1}^n z_i^2}{n}. \quad (2)$$

A abordagem *Downside Risk* permite reduzir o risco mantendo ou melhorando o retorno esperado, por meio da minimização da semivariância (ROM; FERGUSON, 1993).

A semicovariância entre dois ativos  $i$  e  $j$  é definida como (FREITAS JUNIOR, 2022):

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [\min(r_{it}, 0) \times \min(r_{jt}, 0)]. \quad (3)$$

Dessa forma, os valores acima de zero são descartados como risco.

## 2.2 Médias móveis

O mercado financeiro está em constante oscilação, sendo influenciado por diversos fatores. As médias móveis são amplamente utilizadas para analisar essas oscilações, permitindo uma interpretação mais clara das tendências ao longo do tempo (WAGNITZ; PARTYKA; LANA, 2021). Trata-se de médias de preços que se deslocam no tempo conforme entram novos dados e saem os mais antigos (MATSURA, 2013).

As médias móveis suavizam as oscilações dos preços, ajudando na identificação de tendências. Elas podem ser classificadas como simples, ponderadas ou exponenciais. A média simples é a soma das cotações dividida pelo número de períodos; a ponderada atribui maior peso aos preços mais recentes; e a exponencial aplica pesos crescentes de forma exponencial ao longo do tempo (MATSURA, 2013).

Quando o preço está acima da média móvel, há uma tendência de alta, indicando **compra**. Quando está abaixo, a tendência é de baixa, sugerindo **venda**. O cruzamento entre o preço e a média, ou entre duas médias de períodos distintos, também pode indicar oportunidades de entrada ou saída do ativo. Para minimizar atrasos nas decisões, é possível utilizar médias com períodos mais curtos.

## 2.3 Programação Quadrática

A Programação Quadrática é uma extensão da Programação Linear, e consiste na minimização de uma função  $f$  quadrática sujeita a restrições lineares (DENNIS; SCHNABEL, 1996). Esse tipo de problema é considerado um dos mais simples na área de otimização não linear. Frequentemente, aparece como um subproblema para auxiliar na resolução de problemas não lineares mais complexos (CARVALHO, 2007).

Um problema de PQ é formulado como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \mathbf{x}^T P \mathbf{x} + q^T \mathbf{x} \\ \text{s.a.} \quad & A \mathbf{x} = b, \\ & \mathbf{x} \geq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $P$  é uma matriz simétrica  $n \times n$ ,  $q$  é um vetor  $n$ -dimensional e  $\mathbf{x}$  representa as variáveis de decisão.

Neste trabalho, utiliza-se a minimização do risco de uma carteira com  $N$  ativos por meio do modelo *Downside Risk*, resultando no seguinte PPQ:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \Omega_{ij} \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^N w_i r_i = \mu, \\
& \sum_{i=1}^N w_i = 1, \\
& w_i \geq 0, \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N,
\end{aligned} \tag{5}$$

onde  $w_i$  é o peso percentual do ativo  $i$ ,  $\Omega_{ij}$  a semicovariância entre os ativos  $i$  e  $j$ ,  $r_i$  o retorno do ativo e  $\mu$  o retorno esperado da carteira.

### 3 Resultados e Discussão:

Para cada período, um novo problema de programação quadrática (PPQ) foi modelado para otimizar a alocação de pesos ( $w$ ) em um conjunto de  $N$  ativos. O objetivo foi minimizar o risco da carteira, medido pela matriz de semicovariância ( $\Omega$ ), enquanto se buscava um retorno esperado de 1,53% ao mês (aproximadamente 20% ao ano). As restrições incluíram a soma dos pesos igual a 100% e um limite máximo de 15% para o peso de cada ativo. A seleção inicial dos ativos foi baseada em um algoritmo de Médias Móveis Exponenciais.

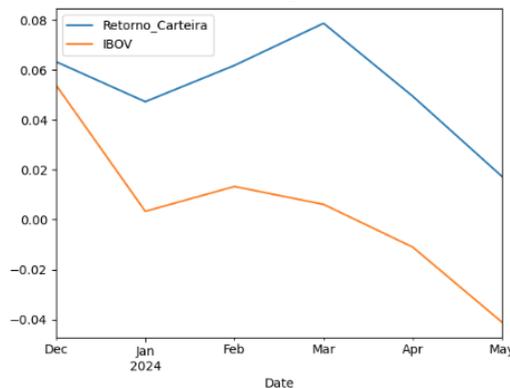
O PPQ geral a ser solucionado é dado por:

$$\begin{aligned}
\min \quad & w^T \Omega w \\
\text{s.a.} \quad & w^T r = 1,53\% \\
& w^T \vec{1} = 1 \\
& -I_N w \leq 0 \\
& I_N w \leq \begin{bmatrix} 0,15 \\ 0,15 \\ \vdots \\ 0,15 \\ 0,15 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{6}$$

#### 3.1 Período I

Monitorada de novembro de 2023 a maio de 2024, a primeira carteira era composta por 14 ativos, incluindo BBAS3, BBSE3 e SBSP3. A carteira registrou retornos mensais variados, com destaques positivos em dezembro de 2023 (6,03%) e março de 2024 (1,59%). Apesar de uma desvalorização nos meses finais, a carteira obteve um retorno acumulado de 1,73%, superando o Ibovespa, que fechou o período com um retorno acumulado abaixo de 0%. Este resultado demonstrou a eficácia da estratégia do algoritmo em se adaptar ao mercado e selecionar ativos que resistiram às quedas generalizadas do índice.

Figura 1: Comparação do retorno da primeira carteira com o Ibovespa.

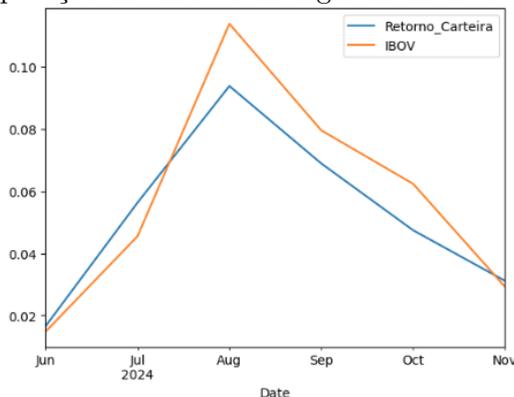


Fonte: A autora.

### 3.2 Período II

Uma nova análise em maio de 2024 resultou em uma segunda carteira otimizada, com 14 ativos, entre os quais CXSE3, KLBN11 e VALE3. Embora a carteira tenha mantido retornos positivos em todos os meses, o seu crescimento foi inferior ao do Ibovespa. A carteira alcançou um retorno acumulado de 3,12%, enquanto o Ibovespa superou este desempenho, evidenciando uma falha na capacidade de adaptação do modelo às variações de mercado que ocorreram no segundo semestre de 2024.

Figura 2: Comparação do retorno da segunda carteira com o Ibovespa.

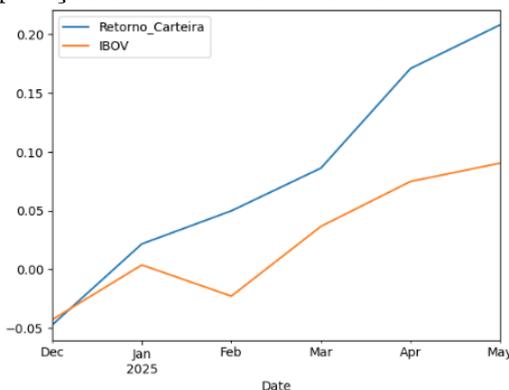


Fonte: A autora.

### 3.3 Período III

A última otimização, realizada em setembro de 2024, resultou em uma carteira de 12 ativos, incluindo ABEV3, ITUB4 e TAEE11. Inicialmente, a carteira apresentou um retorno negativo em dezembro de 2024. No entanto, ela se recuperou e se valorizou consideravelmente, fechando o período com um impressionante retorno acumulado de 20,81%. Este desempenho superou de forma significativa o do Ibovespa, que obteve um retorno acumulado de 9,04% no mesmo período.

Figura 3: Comparação do retorno da terceira carteira com o Ibovespa.



Fonte: A autora.

A análise comparativa do desempenho das carteiras otimizadas com o Ibovespa demonstra a efetividade da metodologia proposta em períodos de alta e baixa volatilidade. Embora o modelo tenha falhado em superar o índice no segundo período, ele mostrou robustez nos outros dois, conseguindo não apenas retornos positivos, mas também uma valorização expressiva que superou o mercado de referência. Esses resultados reforçam a importância da aplicação de técnicas quantitativas, como a otimização de programação quadrática, na gestão de carteiras de investimento, bem como a necessidade de reavaliação periódica dos ativos e dos pesos para se ajustar a cenários de mercado em constante mudança.

## 4 Conclusão

O mercado de ações é influenciado por diversos fatores, podendo gerar perdas ou ganhos significativos aos investidores. Este trabalho buscou, por meio da aplicação de métodos quantitativos da Pesquisa Operacional, especialmente a Programação Quadrática com o modelo *Downside Risk*, uma estratégia de alocação de ativos que minimizasse o risco associado às decisões de investimento.

A metodologia proposta demonstrou eficiência na construção de carteiras com melhor desempenho em termos de retorno ajustado ao risco. A seleção de ativos foi fundamentada na Teoria Moderna de Portfólios de Markowitz, com ênfase na diversificação e no uso de médias móveis para apoiar a tomada de decisão. O modelo *Downside Risk* mostrou-se particularmente adequado ao considerar apenas os retornos negativos como medida de risco, proporcionando uma avaliação mais realista para investidores avessos a perdas.

A implementação em *Python*, com apoio da biblioteca *yfinance*, permitiu a automatização da coleta de dados e a execução eficiente do modelo. Essa abordagem pode ser adaptada a diferentes perfis de investidor, inclusive os mais conservadores, ao priorizar a preservação de capital e a exposição reduzida à volatilidade.

Os resultados empíricos indicaram que, no primeiro período analisado, a carteira otimizada superou o índice Ibovespa, evidenciando a eficácia do modelo. Já no segundo período, o desempenho foi inicialmente superior, mas posteriormente inferior ao índice, ressaltando a importância de reavaliações periódicas da carteira. Esses achados reforçam que, embora a matemática não possa prever o comportamento futuro do mercado, ela fornece ferramentas valiosas para identificar padrões e embasar decisões mais seguras.

Em síntese, a proposta se mostrou promissora, apresentando uma alternativa robusta para a gestão de carteiras sob incerteza, com potencial de adaptação conforme o perfil do investidor e as condições de mercado.

## Referências

- CARVALHO, Silvia Maria Simões de. **Métodos de pontos interiores aplicados ao problema de pré-despacho de um sistema hidroelétrico com manobras programadas**. [S.l.], 2007.
- DENNIS, John E.; SCHNABEL, Robert B. **Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations**. Philadelphia, PA: SIAM, 1996.
- FREITAS JUNIOR, Carlos Moraes de. Minimização do risco de carteiras de investimento através da programação linear e da teoria de Markowitz. Universidade Federal de São Carlos, 2022.
- MATSURA, Eduardo. **Comprar ou Vender? Como Investir na Bolsa Utilizando Análise Gráfica**. 7<sup>a</sup>. São Paulo: Editora Saraiva, 2013. P. 168. ISBN 978-85-02-12576-6.
- ROM, Brian M; FERGUSON, Kathleen W. Post-modern portfolio theory comes of age. **The Journal of Investing**, Institutional Investor Journals Umbrella, v. 2, n. 4, p. 27–33, 1993.
- WAGNITZ, Jefferson; PARTYKA, Raul Beal; LANA, Jeferson. Médias móveis como rastreador de tendências para investimentos no mercado de ações. **Desenvolve Revista de Gestão do Unilasalle**, v. 10, n. 3, p. 1–32, 2021.