

DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM DO PNEU PARA VEÍCULOS FORA DE ESTRADA

Palavras-Chave: Dinâmica Veicular, Pneu, Modelagem, Veículo Fora de Estrada

Autores:

Yasmin Franco dos Anjos, FEM – UNICAMP

Prof. Dra. Ludmila Corrêa de Alkmin e Silva (orientadora), FEM – UNICAMP

1 INTRODUÇÃO

O pneu é o único ponto de contato entre o veículo e o solo (Silva, 2011), sendo essencial para o desempenho e segurança em aceleração, frenagem e curvas. Segundo Gillespie (2021), suas funções principais são suportar o carregamento vertical e desenvolver forças longitudinais e laterais.

Este projeto foca no aprimoramento do modelo de pneu para veículos fora de estrada, com foco nos utilizados em competições Baja SAE, que enfrentam condições adversas de terreno. Esses veículos demandam robustez, tração e estabilidade, contando com características específicas como chassis tubular, suspensões independentes e pneus *off-road*.

A pesquisa visa avançar na modelagem e simulação da dinâmica veicular, contribuindo para uma modelagem mais precisa dos efeitos dinâmicos, o que permite o desenvolvimento de controladores voltados à melhoria do desempenho operacional dos veículos fora de estrada.

2 METODOLOGIA

O projeto iniciou com uma revisão bibliográfica sobre dinâmica veicular e uso do MATLAB/Simulink, seguido da construção do modelo do veículo e do pneu, adequados para veículos Baja SAE.

2.1 Modelos utilizados

Utilizou-se o modelo bicicleta, que representa o veículo por meio da concatenação dos esforços em apenas duas rodas, uma dianteira e uma traseira, o que permite a análise simplificada das forças de contato com o solo nas direções longitudinal e lateral.

Para a modelagem do pneu, analisaram-se modelos como o ASTM, Burckhardt e, principalmente, a "Fórmula Mágica". Desenvolvida por Pacejka (1992), descreve as forças lateral, longitudinal e o momento autoalinhante,

representados por $Y(X)$, em função do ângulo de escorregamento e do escorregamento longitudinal, em que:

$$Y(X) = D \sin \{C \arctan [Bx - E (Bx - \arctan(Bx))]\} \quad (1)$$

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (2)$$

$$x = X + S_h \quad (3)$$

Os coeficientes B , C , D e E representam, respectivamente, os fatores de rigidez, forma, pico e curvatura. Além disso, S_h e S_v correspondem ao deslocamento horizontal e ao deslocamento vertical, respectivamente.

A Fórmula Mágica de Pacejka descreve o comportamento dos pneus com coeficientes ajustados para diferentes condições. A primeira é a de escorregamento puro, que ocorre em dois casos: quando há apenas escorregamento longitudinal (aceleração e frenagem em linha reta) ou quando há apenas escorregamento lateral. A segunda situação é o escorregamento combinado, que acontece quando ambos ocorrem simultaneamente.

2.2 Algoritmo Genético (AG)

A calibração dos parâmetros da Fórmula Mágica de Pacejka foi feita por meio do desenvolvimento de um AG, utilizando a função `ga` do *Global Optimization Toolbox* do MATLAB (The MathWorks, Inc.).

Os dados experimentais utilizados para a otimização da curva foram extraídos do artigo *Estimating Pacejka (PAC2002) Tire Coefficients for Pneumatic Tires on Soft Soils with Application to Baja SAE Vehicles* (Amanda Saunders, Darris White, Marc Compere – Embry-Riddle Aeronautical University), que apresentou uma modelagem para a estimativa dos coeficientes em terrenos diversos para veículos Baja SAE. Esses dados consistem em gráficos separados das análises de escorregamento longitudinal e lateral em solos deformáveis. Ressalta-se que

não se trata de uma análise combinada entre os dois tipos de escorregamento, o que pode impactar na representatividade do modelo em situações mais complexas.

As equações utilizadas no algoritmo genético que descrevem o comportamento de escorregamento puro longitudinal e lateral foram retiradas do livro *Tire and Vehicle Dynamics – Second Edition*, de Hans B. Pacejka, o qual apresenta em detalhes a formulação teórica da Fórmula Mágica.

Inicialmente, o AG foi aplicado considerando uma carga vertical constante, o que simplifica a calibração ao isolar o comportamento do pneu em uma única curva. Em seguida, desenvolveu-se um modelo generalizado para múltiplas cargas, permitindo representar de forma mais realista as variações de carga vertical que ocorrem durante manobras, como aceleração e curvas.

2.3 Simulações

No MATLAB/Simulink, foi implementado um modelo simplificado do veículo utilizando o modelo bicicleta do bloco *Vehicle Body 3DOF Dual Track*, considerando seus principais parâmetros geométricos e dinâmicos. Foram alteradas algumas configurações do bloco condizentes com o protótipo BAJA PBU23 da equipe UNICAMP Baja SAE.

Foram desenvolvidas duas simulações: a primeira com foco na dinâmica longitudinal, utilizando o bloco *Longitudinal Wheel – No Brake* do MATLAB/Simulink; e a segunda, uma simulação combinada com ênfase na dinâmica lateral, empregando o bloco *Combined Slip Wheel 2DOF*.

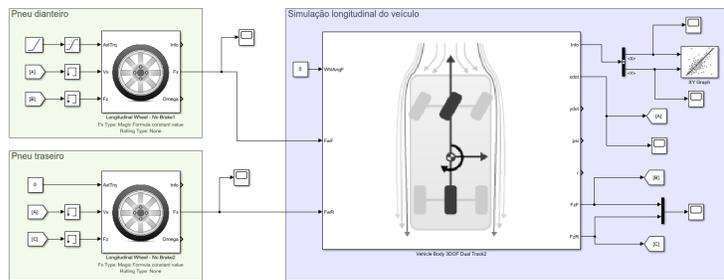


Figura 1: Interface da simulação longitudinal

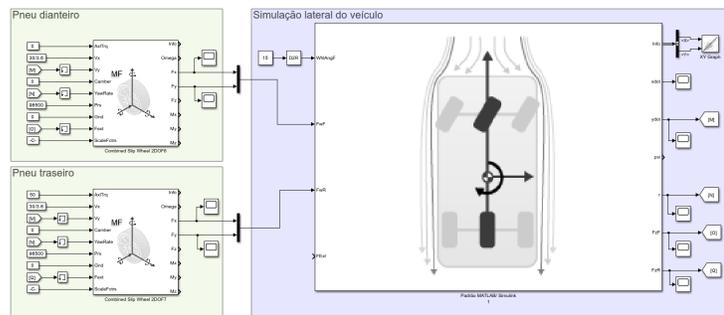


Figura 2: Interface da simulação combinada

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Escorregamento Longitudinal Puro

Tabela 1: Coeficientes de Pacejka calculados via AG

Coef.	$F_z = 444,822 \text{ N}$	Múltiplas Cargas
$pCx1$	0,67301	0,58399
$pDx1$	0,74790	0,62699
$pDx2$	-0,11233	-0,03093
$pEx1$	-0,05749	0,86212
$pEx2$	0,22477	0,16859
$pEx3$	0,99992	-0,32905
$pEx4$	0,07105	0,08206
$pKx1$	8,78928	1,66571
$pKx2$	8,96372	0,84119
$pKx3$	0,40206	-0,38772
$pHx1$	-0,08036	0,05561
$pHx2$	-0,06466	-0,02295
$pVx1$	0,10982	-0,06893
$pVx2$	-0,06994	0,00777
MAE	1.420	5.501

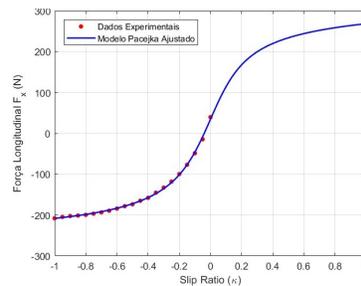


Figura 3: Modelo ajustado levando-se em consideração carga normal única

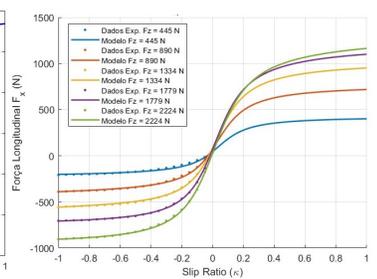


Figura 4: Modelo ajustado levando-se em consideração múltiplas cargas normais

O AG apresentou bom ajuste, com menor erro absoluto médio (*Mean Absolute Error* - MAE) para carga única, devido à otimização em curva específica. O modelo com múltiplas cargas é mais realista, apesar de apresentar maior erro médio. O parâmetro pEx diferente de zero evidencia a assimetria do pneu entre aceleração e frenagem, aprimorando a modelagem do comportamento não linear.

Por meio da simulação longitudinal (Figura 1), foi possível comparar a influência dos coeficientes do pneu. Assim, avaliou-se os seguintes aspectos:

Velocidade longitudinal

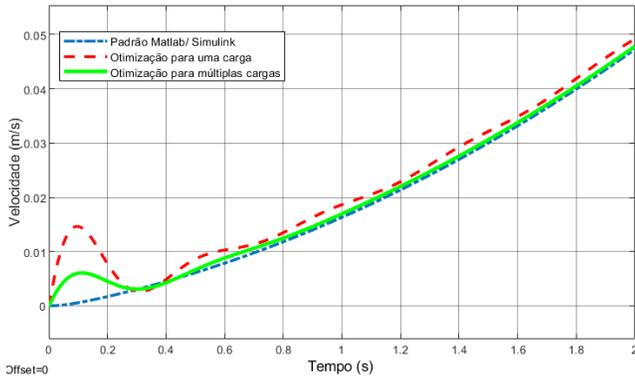


Figura 5: Velocidade longitudinal (m/s) X Tempo (s)

A velocidade final é similar entre os modelos, porém no início o modelo ajustado para carga única apresenta maior aceleração, indicando maior rigidez longitudinal do pneu. O modelo para múltiplas cargas oferece resposta intermediária, equilibrando desempenho e robustez, adequado para representar variadas condições de carga.

Distribuição de Forças Normais

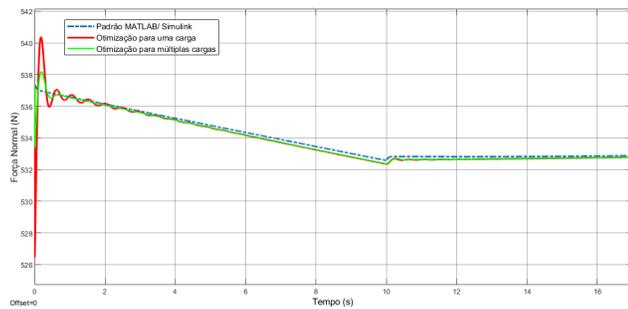


Figura 6: Força normal (N) X Tempo (s) na dianteira

A figura 6 mostra a transferência de carga para a traseira durante a aceleração nos primeiros 10s. Durante esse tempo, o modelo de carga única se mostra mais rígido e o de múltiplas cargas, mais equilibrado e estável. Após 10 segundos, os modelos estabilizam com forças normais menores que o padrão MATLAB/Simulink, o que pode indicar uma maior sensibilidade à redistribuição de carga na simulação. Além disso, em todos os casos, a distribuição de forças entre os eixos é fisicamente coerente.

Distribuição de Forças Longitudinais

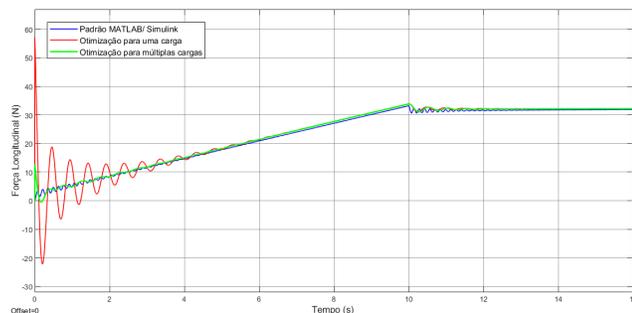


Figura 7: Força Longitudinal (N) X Tempo (s)

O modelo ajustado para uma única carga apresenta maiores oscilações e instabilidade inicial, enquanto o modelo ajustado para múltiplas cargas exibe resposta mais amortecida e estável, graças à maior robustez frente a diferentes condições de carga. Já o modelo padrão do MATLAB/Simulink apresenta comportamento intermediário, com oscilações moderadas e estabilização mais lenta.

3.2 Escorregamento Lateral Puro

Tabela 2: Coeficientes de Pacejka calculados via AG

Coef.	$F_z = 444,822 \text{ N}$	Múltiplas Cargas
$pCy1$	0,66312	1,12123
$pDy1$	1,15543	0,61494
$pDy2$	0,12341	-0,19295
$pEy1$	0,99982	0,97109
$pEy2$	0,73446	0,31312
$pEy3$	-0,93016	0,49250
$pKy1$	40,94087	24,42314
$pKy2$	28,40090	28,87005
$pKy4$	1,66364	3,98556
$pHy1$	-0,00236	0,00692
$pHy2$	-0,00118	-0,04603
$pVy1$	0,12005	-0,01980
$pVy2$	0,16688	0,16766
MAE	1.685	5.494

Nota: os coeficientes que não aparecem na tabela não foram considerados pela ausência de cambagem neste modelo.

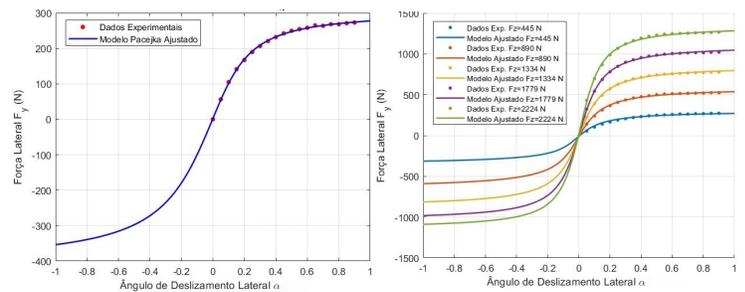


Figura 8: Modelo ajustado levando-se em consideração carga normal única

Figura 9: Modelo ajustado levando-se em consideração múltiplas cargas normais

O AG também foi aplicado para ajuste da equação de Pacejka em relação à força lateral. Embora o MAE seja maior com o ajuste com múltiplas cargas verticais, ele é previsto para ser capaz de representar a não linearidade do comportamento lateral do pneu em diferentes condições de carregamento.

Por meio da simulação combinada (Figura 2), foi possível comparar a influência dos coeficientes laterais do pneu. Para o estudo da dinâmica lateral, considerou-se uma velocidade longitudinal e torque traseiro constantes. Devido à ausência de dados para se encontrar os coeficientes combinados de Pacejka, avaliou-se apenas os coeficientes puros, o que simplifica o modelo. Ainda assim, a abordagem é válida para analisar tendências e comparar diferentes parametrizações.

Dessa forma, avaliou-se os seguintes aspectos:

Trajatória:

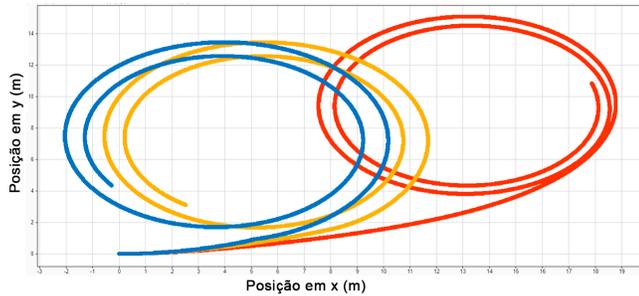


Figura 10: Trajetória do veículo no plano XY

A trajetória obtida é coerente com a aplicação de um esterçamento fixo de 15 graus na dianteira, que induz o veículo a descrever uma curva. A diferença observada entre as curvas ocorre porque o ajuste com uma única carga vertical considera uma condição específica de operação, enquanto o modelo com múltiplas cargas leva em conta diferentes níveis de carregamento vertical nas rodas durante a manobra. Isso torna o modelo com múltiplas cargas mais representativo da realidade, já que em curvas ocorre transferência dinâmica de carga entre os eixos. Essa maior fidelidade se reflete na forma da trajetória, que é mais compatível com o comportamento real de um veículo, mesmo apresentando um pequeno desvio em relação ao modelo do padrão MATLAB.

Distribuição de Forças Laterais:

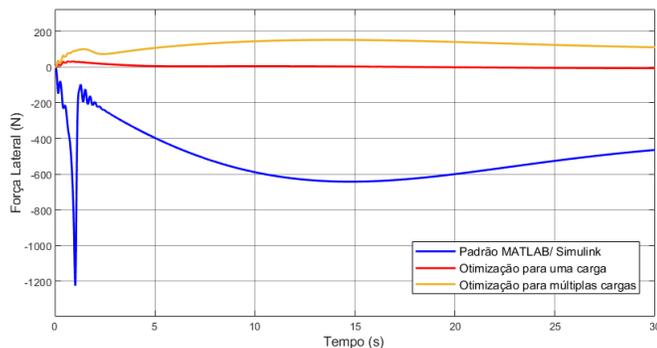


Figura 11: Força lateral (N) X Tempo (s) no eixo dianteiro

A análise da força lateral e da trajetória do veículo

demonstra que o modelo padrão do MATLAB/Simulink apresenta instabilidade significativa, com oscilações acentuadas e trajetória com curvas mais fechadas, devido aos picos negativos da força lateral. Já o modelo otimizado para uma carga mostra resposta lateral constante e trajetória mais externa, sugerindo subesterço e baixa fidelidade. O modelo otimizado para múltiplas cargas se destaca por equilibrar estabilidade e pouca variação, com trajetória e força lateral compatíveis com o comportamento dinâmico esperado.

Distribuição de Forças Longitudinais:

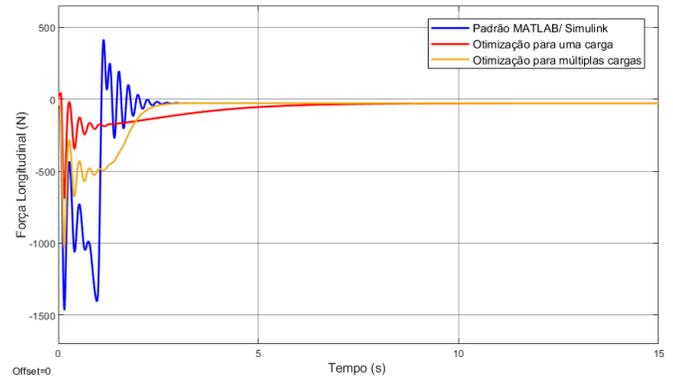


Figura 12: Força Longitudinal (N) X Tempo (s)

As curvas de força longitudinal apresentam variações semelhantes nos três modelos, demonstrando que conseguem capturar a tendência da força gerada pelo torque constante aplicado. Ainda, observa-se que o modelo ajustado com múltiplas cargas é o que se estabiliza mais rapidamente, o que é desejável para a simulação, pois o foco da análise está nos esforços laterais.

Perfil da velocidade lateral:

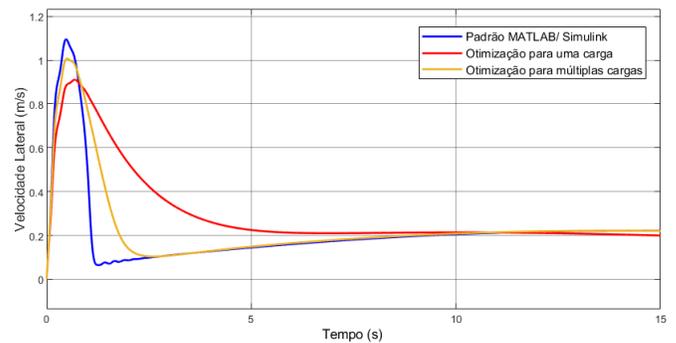


Figura 13: Velocidade lateral (m/s) X Tempo (s)

As três curvas de velocidade lateral mostram comportamento coerente com a dinâmica de uma curva, aumentando durante a manobra devido ao esterçamento aplicado. O modelo ajustado com múltiplas cargas apresenta valores semelhantes ao padrão MATLAB e se estabiliza com baixa frequência e menor oscilação, o que indica um comportamento mais estável.

Perfil da velocidade longitudinal:

Embora o objetivo da simulação fosse manter uma velocidade longitudinal constante ($V_x = 8,33$ m/s) para focar no estudo da dinâmica lateral, o gráfico mostra que isso não se manteve constante ao longo do tempo. Essa variação ocorre principalmente devido à aplicação de um torque constante no eixo traseiro, que gera aceleração longitudinal. Apesar disso, os valores se mantêm dentro de uma faixa razoável, sem variações bruscas, o que ainda permite a análise da influência dos coeficientes laterais de Pacejka. No entanto, é importante considerar essa variação ao interpretar os efeitos laterais no comportamento do veículo.

Distribuição de Forças Normais:

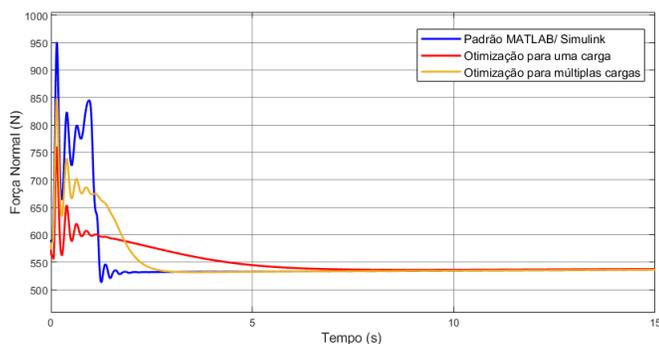


Figura 14: Força normal (N) X Tempo (s) no eixo dianteiro

O modelo otimizado para múltiplas cargas apresenta um comportamento intermediário em relação aos outros dois modelos. O pico inicial de força normal é mais baixo que o do modelo ajustado para uma carga única, mas ainda se diferencia do modelo padrão MATLAB. Isso mostra que o modelo com múltiplas cargas busca um equilíbrio entre precisão e robustez, oferecendo uma resposta mais moderada e realista diante da variação de carga vertical que ocorre durante a manobra. Além disso, em todos os modelos, as forças normais nos eixos dianteiro e traseiro seguem uma distribuição coerente com a dinâmica veicular, refletindo a transferência de carga entre os eixos provocada pelo movimento curvilíneo. Essa distribuição válida o comportamento físico do modelo na simulação.

4 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi aplicada uma metodologia para extração dos parâmetros da Fórmula Mágica de Pacejka, por meio de um algoritmo genético, visando ajustar o modelo de pneu em condições múltiplas, com foco em veículos fora de estrada.

Os resultados mostraram que o modelo calibrado para múltiplas cargas, embora apresente um erro médio maior, oferece maior robustez e fidelidade na representação do comportamento não linear do pneu, especialmente na

dinâmica lateral, onde as variações de carga durante a manobra são significativas. Essa parametrização promove uma resposta mais estável e realista das forças, refletida em trajetórias mais coerentes e comportamentos dinâmicos próximos ao modelo padrão do MATLAB/Simulink.

Por sua vez, o modelo ajustado para carga única proporciona melhor ajuste local, com menor erro médio, e maior rigidez longitudinal e lateral, mas limita-se a representar uma condição idealizada, menos aplicável a cenários dinâmicos variáveis.

Dessa forma, o estudo evidencia a importância de considerar múltiplas condições de carga para modelagem precisa do pneu em aplicações fora de estrada, mostrando que o algoritmo genético é uma ferramenta eficaz para a otimização dos parâmetros do modelo de Pacejka.

Portanto, os modelos e simulações desenvolvidos contribuem para o avanço na análise e controle de veículos fora de estrada.

5 REFERÊNCIAS

- GILLESPIE, Thomas D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. 2nd revised ed. ISBN-13 [S.l.]: SAE International, April 29, 2021
- BABULAL, Yasheen; STALLMANN, M. Joachim; ELS, P. Schalk. Parameterisation and modelling of large off-road tyres for on-road handling analyses. *Journal of Terramechanics*, v. 61, p. 77-85, 2015.
- GOBBI, Massimiliano et al. Measurement of the forces and moments acting on farm tractor pneumatic tyres. *Vehicle System Dynamics*, v.43, n. sup1, p.412-433, 2005.
- HARNISCH, Carsten et al. A new tyre-soil interaction model for vehicle simulation on deformable ground. *Vehicle system dynamics*, v.43, n. sup1, p.384-394, 2005.
- Pacejka, H.B. e Bakker, E., The Magic Formula Tyre Model, *Vehicle System Dynamics*. Vol.21, 1992, pp. 1-18.
- THE MATHWORKS, INC. *Global Optimization Toolbox User's Guide*. Natick, Massachusetts, United States, 2023.
- SAUNDERS, A.; WHITE, D.; COMPERE, M. Estimating Pacejka (PAC2002) Tire Coefficients for Pneumatic Tires on Soft Soils with Application to Baja SAE Vehicles. Embry-Riddle Aeronautical University, 2019.
- SILVA, Ludmila Corrêa de Alkmin e. Identificação e simulações do comportamento do pneu visando a implementação de controle em cadeiras de rodas motorizadas. 2011. 153 p. Tese (doutorado)-Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas.
- VIEIRA, David et al. An adapted Burckhardt tire model for off-road vehicle applications. *Journal of Terramechanics*, v. 104, p. 15-24, 2022.