



Felipe Carisio Hirt Ferreira Romano Roza
Orientadora: Prof^a Dr^a Kelly Cristina Poldi

O problema de corte irregular: uma abordagem via discretização

Palavras-chave: Problema de corte, corte irregular, *nesting*, modelagem matemática, programação inteira.

1 Introdução

O estudo aborda problemas de otimização de corte, que evoluíram do "problema de corte de estoque" (formas regulares), pesquisado desde a década de 1960 [4, 3], para o "problema de *nesting*", que trata de itens com formatos irregulares [7].

O problema de *nesting* (ou problema de corte irregular), embora matematicamente mais complexo, tem grande aplicação industrial. Ele se diferencia do corte regular pela geometria arbitrária das peças. Este trabalho foca no cenário específico onde itens irregulares são cortados de um objeto base de geometria regular (como um rolo de tecido na indústria do vestuário), em oposição a casos onde o próprio material base é irregular (como o couro).

A resolução eficiente destes problemas é crucial para a economia de materiais, sustentabilidade e automação da produção em diversas indústrias, como a têxtil e a metalúrgica, motivando um crescente número de pesquisas na área, como comentado em [5, 1].

2 Metodologia

Este trabalho aborda o Problema de Corte Irregular (*nesting*), cujo objetivo é alocar peças (divididas em tipos) de formato arbitrário em uma placa retangular (denominada *board*) de altura fixa, minimizando o comprimento utilizado. A estratégia adotada foi a de discretização do espaço, baseada no modelo de programação linear inteira de Toledo *et al.* [6].

A viabilidade geométrica da alocação é garantida por dois conceitos principais: o *Inner-Fit Polygon* (*IFP*), que delimita os pontos onde cada tipo pode ser posicionado de forma a ficar inteiramente contido dentro do *board*, e o *No-Fit Polygon* (*NFP*), que define as posições relativas proibidas entre pares de peças para evitar sobreposição.

2.1 Parâmetros e Variáveis do Modelo

Índices e Conjuntos:

- $t, u \in \mathcal{T}$: índices e conjunto que representam os tipos de peça.
- $d, e \in \mathcal{D}$: índices e conjunto dos pontos do *grid* de discretização.
- $c \in \mathcal{C}$: colunas do *grid*.

Parâmetros:

- q_t : Demanda (quantidade) de peças do tipo t .
- x_t^M : Coordenada máxima da peça t no eixo x , relativa ao seu ponto de referência.
- \mathcal{IFP}_t : pontos viáveis para a peça t , de forma a estar inteiramente dentro do *board*.
- $\mathcal{NFP}_{t,u}^d$: pontos inviáveis para a peça u , dado que a peça t está em d .

Variáveis de Decisão:

- δ_t^d variável binária: 1 se a peça do tipo t for posicionada no ponto d ; 0 caso contrário.
- z variável inteira: comprimento final utilizado do *board*, a ser minimizado.

O modelo matemático busca minimizar o comprimento z do *board*, sujeito a restrições que garantem o cumprimento da demanda de cada peça, a não sobreposição e o posicionamento dentro dos limites da placa. As principais variáveis de decisão são δ_t^d , que indicam se a peça do tipo t é alocada no ponto de referência d , e z , o comprimento a ser minimizado. A formulação principal é:

$$\min z \tag{1}$$

sujeito a:

$$(c \times g_x + x_t^M) \times \delta_t^d \leq z, \quad \forall d \in \mathcal{IFP}_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \tag{2}$$

$$\sum_{d \in \mathcal{IFP}_t} \delta_t^d = q_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \tag{3}$$

$$\delta_u^e + \delta_t^d \leq 1, \quad \forall e \in \mathcal{NFP}_{t,u}^d, \quad \forall t, u \in \mathcal{T}, \quad \forall d \in \mathcal{IFP}_t \tag{4}$$

$$\delta_t^d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{IFP}_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \tag{5}$$

$$z \in \mathbb{Z}^+ \tag{6}$$

O modelo foi implementado em linguagem Julia com a biblioteca JuMP, utilizando os *solvers* CPLEX e Gurobi. Para melhorar o desempenho, foram adicionadas restrições de simetria e de empilhamento vertical, conforme sugerido em [6].

3 Resultados e Discussões

O modelo refinado foi testado em instâncias clássicas do repositório ESICUP [2]. Os resultados demonstram a capacidade do modelo de resolver problemas complexos, comparando o desempenho dos *solvers* CPLEX e Gurobi. Dos vários testes computacionais realizados, apresentamos os resultados para três deles, que estão reportados nas Tabelas 1, 2 e 3 e nas respectivas Figuras 1, 2 e 3 a seguir. A coluna "Limitante" nas tabelas refere-se ao valor inicial de L utilizado para o comprimento do *board*. Há também a coluna para comparação com os resultados do artigo base (Toledo *et al.* [6]), para algumas instâncias, não foram apresentados resultados em [6], nesses casos estará reportado "NI" (Não Informado) nas tabelas. Além disso, em casos de tempo de execução muito alto, estará escrito "TL" (*Time Limit*) nas colunas de tempo.

Tabela 1: Resultados para BLAZEIWCS4 com modelo refinado.

Conjunto de peças	Limitante	Tempo (s)		Tempo [6]	Ótimo
		CPLEX	Gurobi		
BLAZEIWCS4	40	1912,55	127,09	TL	27
	35	732,95	178,93		
	30	598,74	685,24		
	28	587,39	245,95		

Tabela 2: Resultados para SHAPES4 com modelo refinado.

Conjunto	Limitante	Tempo (s)		Tempo [6]	Ótimo
		CPLEX	Gurobi		
SHAPES4	27	TL	8.016,92	17.951,33	25
	25	3.286,77	5.276,85	NI	

Tabela 3: Resultados para SHIRTS2 com modelo refinado.

Conjunto	Limitante	Tempo (s)		Ótimo
		CPLEX	Gurobi	
SHIRTS2	20	70,85	15,60	17
	18	35,76	10,62	

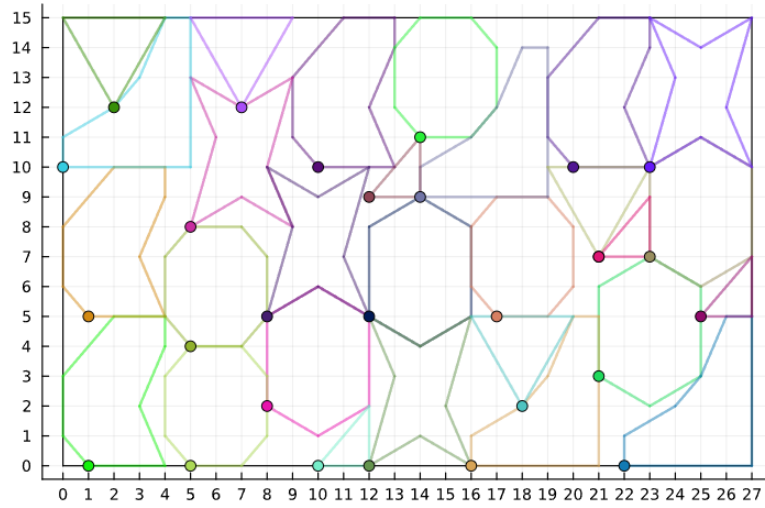


Figura 1: Possível disposição para resultado ótimo, conjunto BLAZEIWCS4.

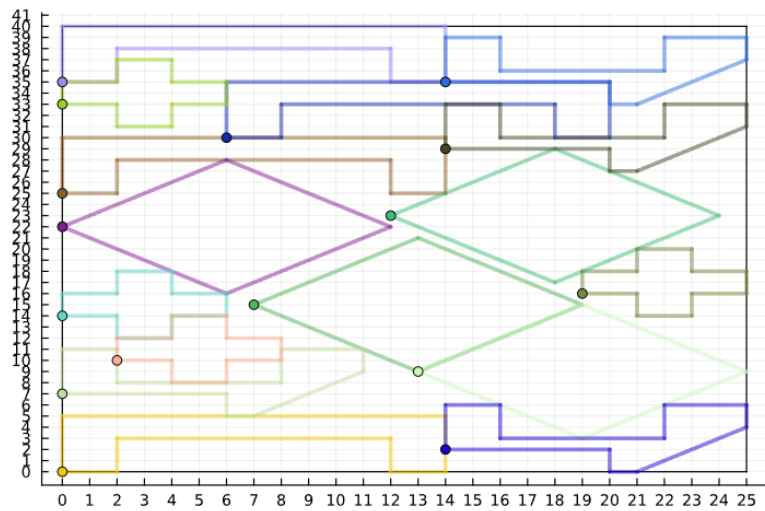


Figura 2: Possível disposição para resultado ótimo, conjunto SHAPES4.

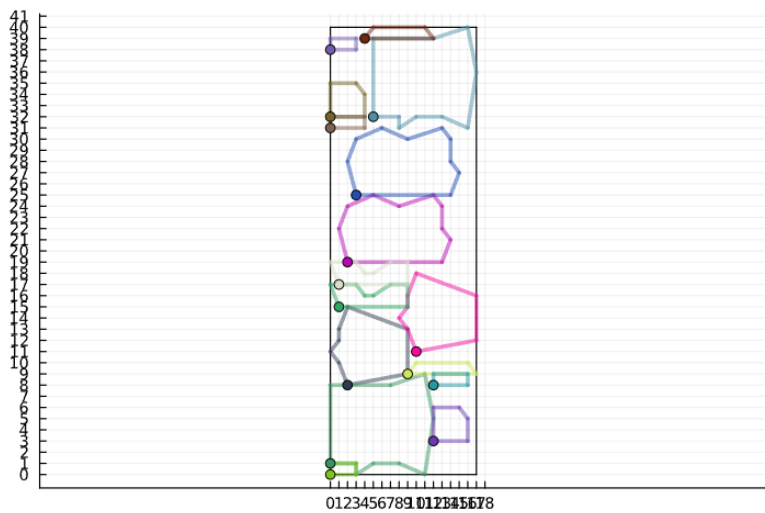


Figura 3: Possível disposição para resultado ótimo, conjunto SHIRTS2.

A análise dos resultados evidencia um desempenho superior do *solver* Gurobi na maioria das instâncias testadas. Os testes confirmam que a modelagem implementada é capaz de resolver instâncias práticas, como os moldes da indústria têxtil do conjunto SHIRTS, em tempo computacional razoável.

4 Conclusão

Este trabalho demonstrou a implementação bem-sucedida de um modelo de programação inteira para o Problema de Corte Irregular, validando sua eficácia em instâncias da literatura. A abordagem de discretização, embora computacionalmente intensiva na geração do *No-Fit Polygon* (\mathcal{NFP}), mostrou-se uma forma viável e direta para obter soluções ótimas.

A análise comparativa indicou uma vantagem de desempenho do *solver* Gurobi sobre o CPLEX para o modelo refinado proposto. Os resultados obtidos são satisfatórios e endossam a qualidade da formulação. Como trabalho futuro, sugere-se a extensão do modelo para abordar placas de formato irregular, o que demanda uma modelagem mais sofisticada.

Referências

- [1] Luiz H. Cherri et al. “Robust mixed-integer linear programming models for the irregular strip packing problem”. Em: *European Journal of Operational Research* 253.3 (2016), pp. 570–583. ISSN: 0377-2217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.03.009>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221716301370>.
- [2] EURO Special Interest Group in Cutting and Packing (ESICUP). *Data Sets*. <https://www.euro-online.org/websites/esicup/data-sets/>.
- [3] P. C. Gilmore e R. E. Gomory. “A linear programming approach to the cutting stock problem-part II”. Em: *Operations Research* 11.6 (1963), pp. 863–888.
- [4] P. C. Gilmore e R. E. Gomory. “A linear programming approach to the cutting-stock problem”. Em: *Operations Research* 9.6 (1961), pp. 849–859.
- [5] Antonio Miguel Gomes e José Fernando Oliveira. “A 2-exchange heuristic for nesting problems”. Em: *European Journal of Operational Research* 141.2 (2002), pp. 359–370. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00130-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00130-3).
- [6] Franklina M.B. Toledo et al. “The Dotted-Board Model: A new MIP model for nesting irregular shapes”. Em: *International Journal of Production Economics* 145.2 (2013), pp. 478–487. ISSN: 0925-5273. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.04.009>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527313001722>.
- [7] Gerhard Wäscher, Heike Haußner e Holger Schumann. “An improved typology of cutting and packing problems”. Em: *European Journal of Operational Research* 183.3 (2007), pp. 1109–1130. ISSN: 0377-2217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.12.047>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170600292X>.