

# ANÁLISE CINEMÁTICA E DINÂMICA DE UM SISTEMA ROBÓTICO COM SEIS GRAUS DE LIBERDADE

Palavras-Chave: BRAÇO ROBÓTICO, INDÚSTRIA, MODELAGEM

Autores(as):

LEONARDO BATISTA FERREIRA, DMC - FEM

Prof. Dr. DIOGO STUANI ALVES, DMC - FEM

## INTRODUÇÃO:

Buscando atender as exigências de desempenho da indústria, existe a necessidade de desenvolver sistemas mecatrônicos com funcionamento e características cada vez mais complexos. O aumento das funções e do número de movimentos independentes aumenta também a dificuldade do correto desenvolvimento e modelagem desses componentes. Assim, faz-se necessário um estudo detalhado do comportamento dinâmico de robôs, a fim de se desenvolver técnicas de controle mais eficientes para alcançar os movimentos finais desejados.

Dessa maneira, para a análise cinemática, é utilizada uma metodologia baseada em matrizes de transformação, com auxílio da convenção de Denavit-Hartenberg. Além disso, a análise cinética fornece as equações que descrevem o movimento do sistema quando este é submetido a forças externas, e podem ser obtidas utilizando uma abordagem baseada na energia do sistema a partir das Equações de Lagrange.

## METODOLOGIA:

O estudo foi feito para um Manipulador PUMA 260, explicitado na Figura 1. Nele, foram posicionados sistemas de coordenadas nas juntas, obedecendo a convenção de Denavit-Hartenberg, de forma em que o sistema de coordenadas auxiliar deve ter eixo x perpendicular e intersectando o eixo z do sistema anterior. Dessa maneira, é possível obter os parâmetros  $a$ ,  $d$ ,  $\theta$  e  $\alpha$ , utilizados para obter as matrizes de transformação.

Com o posicionamento correto dos sistemas de coordenadas, é possível montar as matrizes de transformação de cada junta individual, e que, multiplicando todas elas, obtemos a matriz de transformação global do

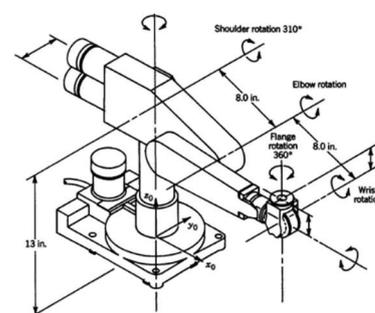


Fig. 3.31 PUMA 260 manipulator

Figura 1: Braço robótico estudado

Extraído de [1]

sistema. Essa matriz é responsável por relacionar o movimento da ferramenta final do robô com o sistema inercial posicionado na base. A matriz de transformação local é dada por:

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\text{sen}(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & \text{sen}(\theta_i) \cdot \text{sen}(\alpha_i) & a(i) \cdot \cos(\theta_i) \\ \text{sen}(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cdot \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \cdot \text{sen}(\alpha_i) & a(i) \cdot \text{sen}(\theta_i) \\ 0 & \text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d(i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para análise cinemática do problema existem duas abordagens, direta e inversa. A cinemática direta consiste em fornecer os ângulos finais das juntas e obtemos a posição da ferramenta, enquanto a cinemática inversa fornecemos a posição final e obtemos os ângulos das juntas. Dessa maneira, foram desenvolvidos códigos computacionais em MATLAB, nos quais o comportamento cinemático foi analisado.

Assim, a cinemática direta foi calculada com base no estudo analítico do problema. Enquanto isso, a análise inversa foi dada por método numérico, por conta do problema de obter diferentes configurações de angulação das juntas para uma mesma posição final. Nessa situação deseja-se encontrar os ângulos das juntas que minimizem a diferença entre a posição final calculada e a dada.

O estudo dinâmico do sistema foi feito baseado na equação de Euler-Lagrange para obter as equações de movimento.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j^{NC} \quad (1)$$

Em que a função lagrangiana é definida por  $L = T - V$ , em que T e V são as somas das parcelas de energia cinética e potencial, respectivamente, e  $Q_j^{NC}$  as forças não conservativas do sistema. Por se tratar de um problema complexo, é válido arranjar as variáveis de forma que obtém-se uma forma matricial da equação de Euler-Lagrange.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) \quad (2)$$

No qual  $D$  é uma matriz de inércia calculada por:

$$D(q) = \sum_{i=1}^n [m_i J_{vi}(q)^T J_{vi}(q) + J_{\omega i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega i}(q)] \quad (3)$$

A matriz  $C$  é chamada matriz de forças centrífugas e Coriolis, em que seus termos  $c_{jk}$  são obtidos a partir da matriz  $D$ .

$$c_{jk} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \quad (4)$$

Por fim, a matriz  $G$  representa os efeitos gravitacionais no sistema.

Para isso, vamos utilizar as matrizes jacobianas linear e angular,  $J_v$  e  $J_\omega$ . Essas matrizes são responsáveis por relacionar as componentes linear e angular com as velocidades articulares.

$$v_i = J_{vi}(q)\dot{q} \quad (5)$$

$$\omega_i = J_{\omega i}(q)\dot{q} \quad (6)$$

## RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Primeiramente, os parâmetros de Denavit-Hartenberg foram obtidos.

	$\alpha$	$\Theta$	a	d
1	$-\pi/2$	0	0	0,3302
2	0	0	0,2032	4
3	$\pi/2$	$\pi/2$	0	0
4	$-\pi/2$	0	0	0,2032
5	$\pi/2$	$-\pi/2$	0	0
6	0	0	0	0,0508

Tabela 1: Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Dessa maneira, foi possível desenvolver os códigos de cinemática direta e inversa que ilustram a cinemática do sistema.

Em cinemática direta, dando como entrada os ângulos iniciais todos nulos e nos ângulos finais das juntas [ $\pi/2$ ;  $\pi/6$ ;  $2*\pi/7$ ; 0;  $-\pi/2$ ;  $-\pi/2$ ], é obtido como resposta a posição do efetuador final no espaço e a sua trajetória.

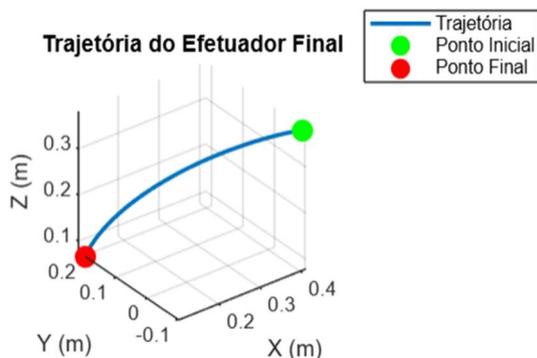


Figura 2: Trajetória do efetuador final

```

Posição final do efetuador:
X: 0.1016 m
Y: 0.1987 m
Z: 0.0779 m
    
```

Figura 3: Posição final do efetuador

Agora, aplicando a posição final do efetuador para a cinemática direta, são encontradas diversas soluções que obtêm o mesmo resultado, porém altera a pose do braço robótico associado à aquela posição final da ferramenta. Deve ser levado em consideração o erro numérico associado à operação, o que pode causar pequenas alterações com o resultado esperado.

```

Soluções de Cinemática Inversa Encontradas:
1.5708  0.5210  0.9390  0.0000  -1.4600  -1.5708
1.5710  1.4602  -0.9392  -0.0000  -0.5209  -1.5710
1.5708  0.5210  0.9390  3.1416  -1.6816  1.5708
1.5708  0.5210  0.9390  -3.1416  -1.6816  1.5708
1.5708  0.5210  0.9390  -3.1416  -1.6816  1.5708
1.5708  1.4600  -0.9390  0.0000  -0.5210  -1.5708
-2.5161  1.6816  0.9390  -3.1416  -0.5210  -0.6255
    
```

Figura 4: Soluções possíveis para a posição

## CONCLUSÕES:

O presente trabalho apresenta a modelagem cinemática e dinâmica de um sistema robótico com seis graus de liberdade, com base no modelo PUMA 260. A partir da aplicação da convenção de Denavit-Hartenberg, foi possível estabelecer a estrutura geométrica do robô e desenvolver as respectivas

matrizes de transformação. Essas matrizes permitiram a implementação da cinemática direta e inversa utilizando MATLAB, sendo possível validar a posição final do efetuador e analisar diferentes configurações articulares para a mesma tarefa.

Na análise dinâmica, utilizou-se a formulação de Lagrange para derivar as equações do movimento, resultando nas matrizes de inércia, de forças centrífugas e de Coriolis, e de efeitos gravitacionais. Essas matrizes compõem a equação de movimento do sistema estudado.

Com isso, conclui-se que a modelagem detalhada do braço robótico não só contribui para o entendimento do seu comportamento, mas também fornece base sólida para futuras aplicações em controle, simulação e otimização de trajetórias, possibilitando avanços significativos na automação e na robótica aplicada.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] SPONG, Mark W.; HUTCHINSON, Seth; VIDYASAGAR, M. **Robot Modeling and Control**. Wiley, 2005.
- [2] CRAIG, John J. **Introduction to robotics: mechanics and control**. Pearson Higher Education, 2014.