



# DISPERSÃO DE POLUENTES LEVES NAS ÁGUAS DA BAÍA DE GUANABARA

**Palavras-Chave:** modelagem matemática, dispersão de poluentes, difusão-advecção

**Autores(as):**

Karyn Allyson Dassie Huamán

Prof. Dr. João Frederico C. A. Meyer (orientador), IMECC – UNICAMP

---

## Introdução

A Baía de Guanabara, localizada na Região Metropolitana do Rio de Janeiro, abrange uma área de aproximadamente 380 km<sup>2</sup> e está cercada por diversos municípios. Atualmente, a baía enfrenta problemas graves de poluição decorrentes principalmente do despejo de esgotos urbanos, efluentes industriais e rios contaminados. Essa poluição compromete a qualidade da água, afetando o lazer, a pesca e a saúde da população local. Indicadores como a Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) e o Oxigênio Dissolvido (OD) são utilizados para avaliar a qualidade da água e os impactos ambientais.

Diante desse cenário, se torna essencial a modelagem matemática da dispersão dos poluentes na Baía de Guanabara, focando na simulação da concentração de DBO e OD ao longo do tempo, com o objetivo de subsidiar futuras ações de recuperação ambiental.

## Metodologia

A equação de Difusão-Advecção é uma equação diferencial parcial (EDP) usada para modelar a concentração de poluentes em meios aquáticos, levando em conta os processos de difusão e advecção. A equação que modela a concentração  $C$  de poluentes em meios aquáticos é dada por [1, 2, 3]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) - u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} + f(x, y) - \sigma C \quad (1)$$

onde  $\alpha$  é a difusibilidade,  $(u, v)$  o campo de velocidades,  $f$  a fonte poluente, e  $\sigma$  a taxa de decaimento. O termo da esquerda representa a variação temporal da concentração.

Para resolver numericamente a equação (1), o domínio espacial é discretizado em uma malha regular:

$$x_i = i\Delta x, \quad y_j = j\Delta y$$

As derivadas são aproximadas por diferenças finitas centradas, por exemplo:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \approx \frac{C_{i+1,j} - 2C_{i,j} + C_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}, \quad \frac{\partial C}{\partial x} \approx \frac{C_{i+1,j} - C_{i-1,j}}{2\Delta x}$$

Essas aproximações transformam a EDP em um sistema algébrico linear, adequado para domínios regulares como este.

Para garantir estabilidade e precisão, utilizamos o método de Crank-Nicolson para a discretização temporal:

$$\frac{C^{n+1} - C^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} (\mathcal{L}(C^{n+1}) + \mathcal{L}(C^n))$$

onde  $\mathcal{L}(C)$  é o operador espacial discretizado conforme as diferenças finitas acima. O esquema implícito exige resolver um sistema de equações em cada passo temporal, permitindo passos maiores com boa precisão.

Os dados de qualidade da água coletados nos pontos O14 e O21, ilustrados na Figura 1, fornecem as condições iniciais de concentração para o modelo, essenciais para simular o comportamento da poluição na Baía.

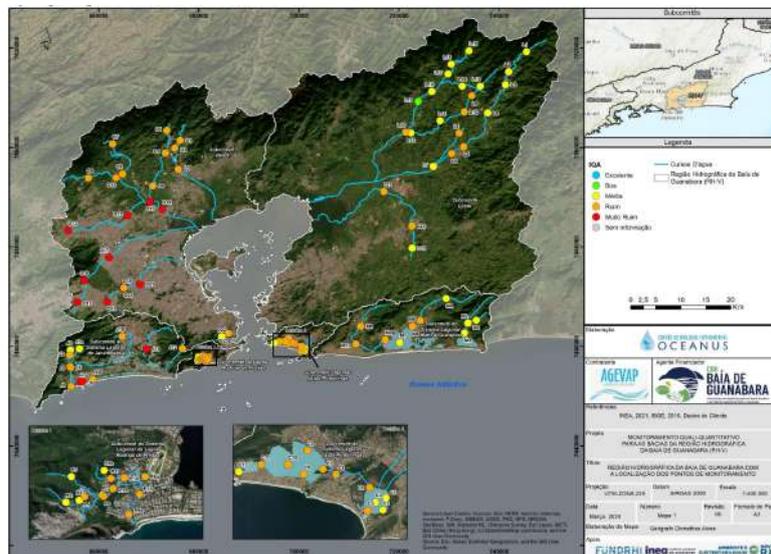


Figura 1: Mapa da Baía de Guanabara com pontos de monitoramento

Além disso, os dados experimentais da qualidade da água no Oeste da Baía (Figura 2) fundamentam a análise quantitativa do modelo.

Data	Corpo Hídrico	Estação	DBO (mg/L)	Fósforo Total (mg/L)	Nitrato (mg/L)	Oxigênio Dissolvido (mg/L)	pH	Turbidez (UNT)	Sólidos Totais Dissolvidos (mg/L)	Coliformes Termotolerantes (NMP/100 mL)	Temperatura da Água (°C)	Temperatura do Ar (°C)	Nitrogênio Total (mg/L)	Condutividade Elétrica (µS/cm)	Salinidade (ppt)
14/03/2024	Rio Saracuruna	O1	6	<0.01	0.26	4.50	7.57	3.5	26	>160.000	25.3	28.2	0.5	40.9	0.02
	Rio Saracuruna	O2	13	<0.01	0.38	5.09	7.45	6.6	59	>160.000	25.9	28.0	1.4	79.8	0.04
	Rio Saracuruna	O3	34	<0.01	0.19	4.70	7.13	10.8	60	>160.000	25.9	31.0	1.4	83.7	0.04
	Rio Sapucaia	O4	9	<0.01	0.40	4.60	7.98	8.9	17	>160.000	25.6	30.1	0.6	23.6	0.01
	Rio Sapucaia	O5	9	<0.01	0.65	3.30	6.74	16.6	44	>160.000	25.0	29.0	2.3	62.6	0.03
	Rio Sapucaia	O6	17	<0.01	0.81	3.30	7.32	15.3	43	>160.000	29.9	31.9	1.4	63.7	0.03
	Rio Tinguaú	O7	6	<0.01	0.49	5.00	7.71	3.6	36	>160.000	26.9	33.0	0.7	40.4	0.03
	Rio Tinguaú	O8	9	<0.01	0.50	4.30	7.26	19.9	34	>160.000	27.9	33.0	0.7	48.1	0.03
	Rio Iguape	O9	15	<0.01	0.33	4.00	7.38	19.7	144	>160.000	27.8	32.8	9.8	231.0	0.10
	Rio Iguape	O10	11	0.05	0.50	3.20	7.34	20.0	129	>160.000	28.7	33.1	6.8	186.3	0.09
17/03/2024	Rio Iguape	O11	66	0.74	0.30	1.02	6.80	19.7	263	>160.000	30.9	33.0	11.7	381.0	0.18
	Rio Botas	O12	78	1.64	0.98	1.74	7.37	15.9	345	>160.000	30.4	32.0	21.5	663.0	0.32
	Rio Botas	O13	80	1.60	N.D.	2.60	7.16	22.8	286	>160.000	31.0	33.0	21.2	553.0	0.26
	Rio Iguape	O14	75	0.32	N.D.	1.47	6.71	9.6	162	>160.000	30.8	33.0	8.0	296.0	0.14
15/03/2024	Rio Sarapuí	O15	84	1.28	N.D.	1.66	7.20	14.9	286	>160.000	31.0	30.0	20.7	467.0	0.22
	Rio Sarapuí	O16	79	0.62	0.10	2.65	6.34	15.0	370	>160.000	27.8	28.0	19.3	406.0	0.19
	Rio Sarapuí	O17	82	1.23	1.10	1.99	7.12	13.8	253	>160.000	30.0	32.0	14.9	567.0	0.27
15/03/2024	Rio Acari	O18	88	1.33	N.D.	2.75	7.28	14.1	257	>160.000	28.9	28.0	21.6	486.0	0.23
	Rio Acari	O19	86	0.78	0.23	3.63	7.90	21.4	266	>160.000	28.1	29.0	14.3	353.0	0.17
17/03/2024	Rio Acari	O20	102	0.93	0.53	4.36	7.43	14.0	305	>160.000	29.4	28.2	17.0	574.0	0.27
	Rio Acari	O21	97	1.25	0.15	2.17	7.14	14.8	294	>160.000	30.4	30.0	17.3	471.0	0.22
	Rio Carioca	O22	8	0.05	2.43	4.89	7.22	3.6	142	9.200	28.8	29.0	4.8	253.0	0.12
	Rio Carioca	O23b	9	0.75	1.59	2.10	6.95	4.3	195	>160.000	31.0	30.0	13.2	374.0	0.18
LD		1	0.01	0.06	0.1	1.13	0.1	1	1.8	1.70	0.50	0.1	0.1	0.01	
LD		1	0.003	0.015	0.03	N.A.	N.A.	0.3	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0.06	0.03	0.003
Limites CONAMA 357/05 para Águas Doces															
Classe 1		3	0.025	10	≥6	6-9	40	500	1000	-	-	-	-	-	0 - 0.5
Classe 2		5	0.050	10	≥5	6-9	100	500	1000	-	-	-	-	-	0 - 0.5
Classe 3		10	0.075	10	≥4	6-9	100	500	2500	-	-	-	-	-	0 - 0.5
Classe 4		-	-	-	≥2	6-9	-	-	-	-	-	-	-	-	0 - 0.5

Figura 2: Qualidade da Água nos pontos do Oeste da Baía de Guanabara [4]

## Resultados e Discussão

Após um período de 360 dias, representando aproximadamente um ano, utilizando o Método das Diferenças Finitas, os gráficos das Figuras 3 e 4 evidenciam o espalhamento da DBO e a redução associada do OD. O aumento da DBO gera condições de baixa oxigenação, impactando negativamente a vida aquática.

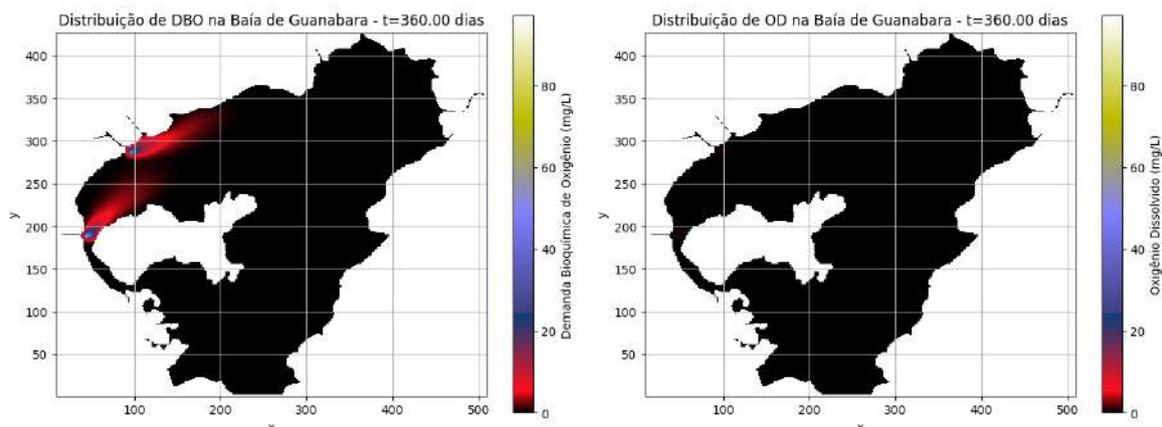


Figura 3: Concentração de DBO e OD após 360 dias

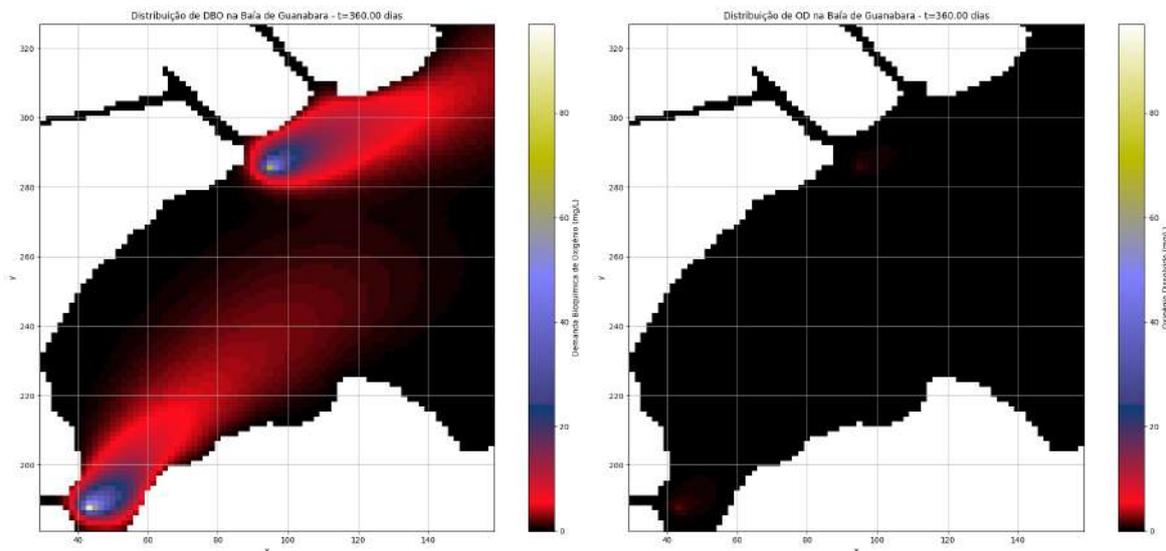


Figura 4: Detalhe ampliado da concentração após 360 dias

Para domínios com geometria irregular, o Método dos Elementos Finitos oferece maior flexibilidade por meio da formulação fraca do problema, que exige menor regularidade da solução comparada ao Método das Diferenças Finitas. Contudo, essa implementação permanece como trabalho futuro, a ser desenvolvido em colaboração.

## Conclusão

O modelo de difusão-advecção discretizado pelo método das diferenças finitas, combinado com o esquema temporal de Crank-Nicolson, demonstrou ser eficiente para simular a dispersão da DBO e a variação do oxigênio dissolvido na Baía de Guanabara ao longo de um ano. Os resultados indicam que os pontos de descarga dos rios Iguaçú e Acari são fontes significativas de poluentes, afetando a qualidade da água e criando condições desfavoráveis para a vida aquática. Apesar das limitações na disponibilidade de dados abertos e na complexidade geométrica do domínio, o modelo proposto oferece uma base sólida para futuros estudos e aprimoramentos.

## Referências

- [1] J. F. C. A. Meyer. Notas de aula, 2024.
- [2] J. F. C. A. Meyer. Derrame de petróleo em águas costeiras: modelagem e simulação numérica. In *IH Simpósio de Ecossistemas da Costa Brasileira*, volume 2, 1994.
- [3] G. I. Marchuk. *Mathematical Models in Environmental Problems*, volume 16 of *Studies in Mathematics and its Applications*. North-Holland, 1986.
- [4] Comitê da Bacia Hidrográfica da Baía de Guanabara. Monitoramento quali-quantitativo para as bacias da região hidrográfica da baía de guanabara (rh-v): Relatório técnico campanha 30. Technical report, Comitê da Bacia Hidrográfica da Baía de Guanabara, mar 2024.