CARACTERIZANDO CORRELAÇÕES QUASE-QUÂNTICAS

Palavras-Chave: INFORMAÇÃO QUÂNTICA, CORRELAÇÕES QUASE-QUÂNTICAS, FUNDAMENTOS DA TEORIA QUÂNTICA

Autores:

LEONARDO CARLOTI TRIMARCO, DFMC – IFGW

Prof. Dr. RAFAEL LUIZ DA SILVA RABELO, DFMC – IFGW

INTRODUÇÃO:

Uma das possíveis abordagens para a teoria quântica foi introduzida em [1], onde os autores sugerem reconstruir a teoria quântica a partir de princípios que regem as correlações entre sistemas afastados, uma abordagem dita *independente de dispositivo*. Essas correlações – limitadas pelo *princípio da não-sinalização* (que impõe compatibilidade com a relatividade) – formam a base para a classificação das teorias físicas.

Assim, Popescu e Rohrlich investigaram se a teoria quântica representa a *não-localidade* máxima possível compatível com a relatividade especial e, contrariando as expectativas iniciais, eles provaram que podem existir *correlações supra-quânticas* que ainda respeitam o princípio da não-sinalização que não pertencem ao *conjunto de correlações quânticas* $\mathcal{Q}$. De uma relaxação de uma definição das *correlações quânticas* nasce as *correlações quase-quânticas* e formam o *conjunto de correlações quase-quânticas* $\underline{\mathcal{Q}}$.

DESENVOLVIMENTO:

Conjunto das correlações quânticas

Considere um cenário de Bell bipartido. Os laboratórios de Alice (laboratório A) e de Bob (laboratório B) recebem o estado quântico $|\psi\rangle$ que é um estado no espaço de Hilbert $\mathcal{H}_{AB} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$, sobre esse estado são realizadas medidas $E_{a|x}$ (pertence a $\mathcal{H}_A$) e $F_{b|y}$ (pertence a $\mathcal{H}_B$),

respectivamente, que por sua vez fornecem resultados a e b. Definimos as correlações emergentes deste cenário através da *regra de Born*:

$$p(a,b\,|\,x,y) = \langle\psi|\,\mathbf{E}_{a|x}\otimes\mathbf{F}_{b|y}\,|\psi\rangle.$$

onde:

1. $\mathbf{\Pi}_{a|x}^{\dagger} = \mathbf{\Pi}_{a|x}$ and $\mathbf{\Gamma}_{b|y}^{\dagger} = \mathbf{\Gamma}_{b|y}$ *(hermiticity)*;
2. $\mathbf{\Pi}_{a|x}\mathbf{\Pi}_{a'|x} = \delta_{aa'}\mathbf{\Pi}_{a|x}$ and $\mathbf{\Gamma}_{b|y}\mathbf{\Gamma}_{b'|y} = \delta_{bb'}\mathbf{\Gamma}_{b|y}$ *(orthogonality)*;
3. $\sum_a \mathbf{\Pi}_{a|x} = \mathbb{I}_A$ and $\sum_b \mathbf{\Gamma}_{b|y} = \mathbb{I}_B$ *(completeness)*;
4. $\left[\mathbf{\Pi}_{a|x}\otimes\mathbb{I}_B, \mathbb{I}_A\otimes\mathbf{\Gamma}_{b|y}\right] = 0$ *(commutativity)*.

Conjunto das correlações quase-quânticas

Suponha agora que $|\psi\rangle$ pertencença a $\mathcal{H}_{AB}$. Assuma a existência de medições projetivas $E_{a|x}$ e $F_{b|y}$ que pertencem a $\mathcal{H}_{AB}$. Definimos o conjunto quase-quântico de forma muito semelhante como:

$$p(a,b|x,y) = \langle\psi|\mathbf{E}_{a|x}\mathbf{F}_{b|y}|\psi\rangle$$

onde:

1. $\mathbf{\Pi}_{a|x}^{\dagger} = \mathbf{\Pi}_{a|x}$ and $\mathbf{\Gamma}_{b|y}^{\dagger} = \mathbf{\Gamma}_{b|y}$ *(hermiticity)*;
2. $\mathbf{\Pi}_{a|x}\mathbf{\Pi}_{a'|x} = \delta_{aa'}\mathbf{\Pi}_{a|x}$ and $\mathbf{\Gamma}_{b|y}\mathbf{\Gamma}_{b'|y} = \delta_{bb'}\mathbf{\Gamma}_{b|y}$ *(orthogonality)*;
3. $\sum_a \mathbf{\Pi}_{a|x} = \mathbb{I}$ and $\sum_b \mathbf{\Gamma}_{b|y} = \mathbb{I}$ *(completeness)*;
4. $\left[\mathbf{\Pi}_{a|x}, \mathbf{\Gamma}_{b|y}\right]|\psi\rangle = 0$ *(commutativity on $|\psi\rangle$)*.

As condições 4 de ambos os conjuntos são diferentes, mais do que isso, a condição do conjunto quase-quântico é um relaxamento da condição 4 do conjunto quântico [2]. Desse fato surgiu a ideia do conjunto quase-quântico contendo correlações que antes não residiam no conjunto quântico.

Hierarquia NPA

Nosso objetivo consiste em descrever numericamente o conjunto das correlações quase-quânticas, para isso vamos utilizar a Hierarquia criada por Miguel Navascués, Stefano Pironio, e Antonio Acín [3]. Em seu trabalho, eles mostram que o conjunto de correlações quânticas pode ser aproximado por uma hierarquia de programas semidefinidos (SDP). Cada nível n da hierarquia corresponde a um conjunto convexo Q_n, tal que $Q_1 \supseteq Q_2 \supseteq \cdots \supseteq Q_n$. Quando $n \to \infty$, então $Q_n \to Q$.

O método proposto consiste em testar comportamentos hierarquicamente, com as condições testadas se tornando mais fortes em cada nível da hierarquia. Cada condição equivale a verificar a existência de uma matriz semidefinida positiva cuja estrutura depende das propriedades algébricas gerais satisfeitas por estados quânticos e operadores de medição.

Este método permite o surgimento de condições intermediárias. A partir disso, podemos construir o conjunto quântico Q_{1+AB}, que reside em $Q_1 \supseteq Q_{1+AB} \supseteq Q_2$. O conjunto Q_{1+AB} é o conjunto de correlações que satisfazem todas as condições de Q_1 e apenas uma das condições de Q_2.

Em [4], os autores mostram que $Q_{1+AB} = \mathcal{Q}$, sendo este um dos pontos centrais do nosso trabalho, pois a partir desta equivalência podemos caracterizar numericamente as correlações quase quânticas. Observe também que este resultado mostra que o conjunto $\mathcal{Q}$ é ligeiramente maior que o conjunto Q.

Usaremos a biblioteca hopsy [5] para sortear uniformemente comportamentos dentro do politopo NS. Com os comportamentos selecionados, será possível caracterizar aqueles pertencentes aos conjuntos Q_{1+AB} e Q (tomemos $Q \approx Q_3$) usando a hierarquia NPA. Essa caracterização pode ser feita utilizando a biblioteca ncpolsdpa2 [6], que resolve problemas de SDP por meio de testes de factibilidade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Utilizando o método descrito, para o cenário (2,2,2):

Q_{1+AB} representa ~100% do conjunto NS, enquanto Q representa ~99% do conjunto NS. Ou seja, para esse cenário o conjunto quase-quântico é apenas ~1% maior que o conjunto das correlações quânticas.

Mantendo a quantidade medições fixa (m=2) e variando o número de resultados, ou seja, cenários do tipo (2, 2, r), observamos que o conjunto local cresce monotonicamente.

Mantendo agora a quantidade de resultados das medições fixa (r=2) e deixando as possiveis medições variar, ou seja, cenários do tipo (2, m, 2), observamos que o volume relativo dos conjuntos diminui, mas apresenta também uma variação de volume relativo entre os conjuntos quantico e quase-quântico cada vez maior.

Esses resultados eram esperados e ja foram brevemente discutidos em [7,8].

CONCLUSÕES:

O conjunto local crescer a medida que o número de resultados possíveis cresce é uma propriedade interessante e provavelmente um possível indicador positivo da direção do nosso trabalho.

Podemos imaginar que o politopo NS permaneça o mesmo a medida que r aumenta, enquanto o politopo L cresce (juntamente com o Q e AQ). Eventualmente, quando $r \rightarrow \infty$, o politipo L se torna o politopo NS. É como se o nosso sistema estivesse se tornando clássico, pois a quantidade de possíveis resultados está se tornando contínuo, o que fisicamente faz sentido!

Analisando agora a diferença de volume relativo entre os conjuntos quântico e quase-quântico, vimos que a medida que m aumenta a diferença dos volumes relativos entre os dois conjuntos também aumenta, então uma boa estratégia para podermos identificar alguma correlação presente em AQ e não em Q pode ser aumentar o numero de medições mantendo o numero de resultados de cada medição constante.

BIBLIOGRAFIA

[1] D. Rohrlich and S. Popescu. Nonlocality as an axiom for quantum theory, 1995.

[2] Nicolas Brunner et al. “Bell nonlocality”. In: Reviews of Modern Physics 86.2 (Apr. 2014), pp. 419–478.

[3] Miguel Navascués, Stefano Pironio, and Antonio Acín. “A convergent hierarchy of semidefinite programs characterizing the set of quantum correlations”. In: New Journal of Physics 10.7 (July 2008), p. 073013.

[4] Miguel Navascués, Yelena Guryanova, Matty Hoban, et al. “Almost quantum correlations”. In: Nature Communications 6 (2015), p. 6288.

[5] The Pybind Development Team. hopsy - Python bindings for HOPS. All rights reserved. 2016.

[6] Peter Wittek. “[Title of the Article]”. In: ACM Transactions on Mathematical Software 41.3 (2015). [Additional notes if needed], pp. 1–12.

[7] C. Duarte, S. Brito, B. Amaral, R. Chaves. Concentration phenomena in the geometry of Bell correlations. Physical Review A 98, 062114 (2018)

[8] P. Lin, T. Vértesi, Y. Liang. Naturally restricted subsets of nonsignaling correlations: typicality and convergence. Quantum 6, 765