ESTUDO DA DINÂMICA VERTICAL E SUA INFLUÊNCIA EM VEÍCULOS PESADOS

CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

Palavras-Chave:Modelo matemático, simulação, dinâmica vertical veicular, veículos pesados

Autor: Fábio dos Santos Duarte
Orientadora: Prof.ª Dra. Ludmila Corrêa de Alkmin e Silva
Coorientador: Dr. Fabrício Leonardo Silva

1 Introdução

O transporte rodoviário é essencial no Brasil, responsável por cerca de 61,4% a 65% das cargas, com impacto de 6,8% no PIB [1][2]. Em 2022, a produção de veículos pesados cresceu 8,9% em relação a 2021 [3], destacando a importância do setor.

A dinâmica vertical de veículos pesados, que analisa os efeitos das irregularidades da pista sobre a carroceria, é crucial para a estabilidade, integridade da carga e segurança viária [4][5]. Vibrações e impactos afetam o conforto dos ocupantes e a fadiga do motorista.

A modelagem e simulação dinâmica permitem prever o desempenho de sistemas antes da construção física, sendo fundamentais no desenvolvimento de projetos [5][6]. Este trabalho propõe o desenvolvimento de um modelo matemático para analisar o comportamento dinâmico vertical de veículos pesados em diferentes condições de operação.

2 Modelo de Simulação

Os modelos matemáticos possuem um papel essencial nos projetos de pesquisa em diversas áreas do conhecimento. Nesta pesquisa foi utilizado o Matlab/SimulinkTM um software que possibilita a rápida prototipagem e validação de modelos, permitindo a exploração de uma ampla gama de cenários e hipóteses antes da realização de experimentos físicos ou coleta de dados reais.

2.1 Modelo para o Veículo com 2 Eixos

Neste estudo, utilizou-se um modelo de meio carro para representar o comportamento físico do sistema, focando nas características essenciais. Foram obtidas as equações que descrevem o movimento do veículo, adotando simplificações como: chassi rígido, linearização das molas, ângulo constante dos amortecedores e molas durante a suspensão, e desconsideração do amortecimento dos pneus conforme Gillespie [8]. A Tabela 1 apresenta os principais dados do veículo usados no desenvolvimento das equações.

Tabela 1: Informações relevantes sobre o veículo com 2 eixos [9]

Parâmetro	Símbolo	Valor
Massa suspensa	m	5000 kg
Massa não suspensa dianteira	m_1	803 kg
Massa não suspensa traseira	m_2	1503 kg
Coef. de amortecimento dianteiro	c_1	33,00 kNs/m
Coef. de amortecimento traseiro	c_2	58,00 kNs/m
Rigidez do eixo dianteiro	k_1	400 kN/m
Rigidez do eixo traseiro	k_2	700 kN/m
Distância do CG ao eixo dianteiro	a_1	1,175 m
Distância do CG ao eixo traseiro	a_2	2,310 m
Momento de Inércia	I_y	9500 kg·m^2
Rigidez do Pneu	K_{t_1}, K_{t_2}	2000 kN/m

Na Figura 1 podemos observar a representação do modelo que foi utilizado.

Figura 1: Imagem representativa do sistema massa, mola e amortecedor e uma imagem 2D lateral do caminhão..

Analisando o problema conseguimos descrever o movimento do veículo através de quatro equações constitutivas que também podem ser chamadas de equação do movimento para o modelo vibratório. Essas equações são obtidas pela aplicação da segunda lei de Newton [7]. Aplicando a segunda lei de Newton obtém-se a Equação 1, que descreve o movimento vertical do veículo.

$$m\ddot{x} + c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) + k_1(x - x_1 - a_1\theta) + k_2(x - x_2 + a_2\theta) = 0 \quad (1)$$

O movimento angular do veículo é obtido pelo somatório dos momentos aplicados à massa suspensa como indicado na Equação 2.

$$I_y\ddot{\theta} - a_1c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + a_2c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) - a_1k_1(x - x_1 - a_1\theta) + a_2k_2(x - x_2 + a_2\theta) = 0 \quad (2)$$

Aplicando a segunda lei de Newton nas massas não suspensas dianteira é possível obter a Equação 3.

$$m_1\ddot{x}_1 - c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + k_{t_1}(x_1 - y_1) - k_1(x - x_1 - a_1\theta) = 0 \quad (3)$$

Analogamente o movimento vertical da massa não suspensa traseira do veículo é determinado pela Equação 4.

$$m_2\ddot{x}_2 - c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 - a_2\dot{\theta}) + k_{t_2}(x_2 - y_2) - k_2(x - x_2 - a_2\theta) = 0 \quad (4)$$

2.2 Modelo para o Veículo com 3 Eixos

Neste estudo, adotamos um modelo de veículo de três eixos para descrever o comportamento físico do sistema, seguindo uma abordagem similar ao modelo de meio carro descrito anteriormente. A partir desse modelo, obtemos as equações constitutivas para o movimento do veículo. Para simplificar a resolução dessas equações,adotamos as mesmas simplicações adotas no modelo de 2 eixos. Na Tabela 2 podemos encontrar os dados do veículo relevantes para o equacionamento.

Tabela 2: Informações relevantes sobre o veículo com 3 eixos

Parâmetro	Símbolo	Valor
Massa suspensa	m	5000 kg
Massa não suspensa do eixo C1	m_1	803 kg
Massa não suspensa do eixo C2	m_2	1503 kg
Massa não suspensa do eixo C3	m_3	1503 kg
Coef. de amortecimento do eixo C1	c_1	33,00KNs/m
Coef. de amortecimento do eixo C2	c_2	58,00 KNs/m
Coef. de amortecimento do eixo C3	c_3	58,00 KNs/m
Rigidez do eixo do eixo C1	k_1	400 KN/m
Rigidez do eixo do eixo C2	k_2	700 KN/m
Rigidez do eixo do eixo C3	k_3	700 KN/m
Distância do CG ao eixo C1	a_1	0,807 m
Distância do CG ao eixo C2	a_2	2,393 m
Distância do CG ao eixo C3	a_3	3,793 m
Momento de Inércia	I_y	9500 kgm^2
Rigidez do Pneu	$K_{t_1}, K_{t_2}, K_{t_3}$	2000 KN/m

Neste estudo, adotamos um modelo de veículo de três eixos para descrever o comportamento físico do sistema, seguindo uma abordagem similar ao modelo de meio carro descrito anteriormente, que pode ser observado na Figura 2.

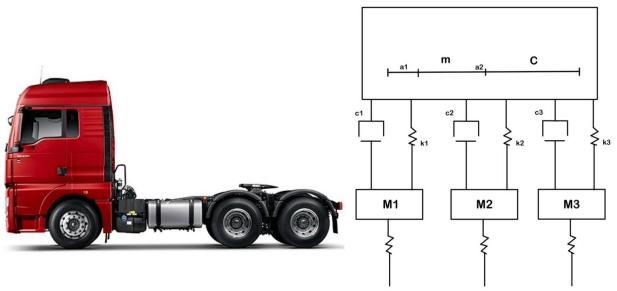


Figura 2: Imagem representativa do sistema massa, mola e amortecedor e uma imagem 2D lateral do caminhão com 3 eixos.

A partir desse modelo, obtemos as equações constitutivas que descrevem o movimento vibratório do veículo. Aplicando a segunda lei de Newton, obtemos cinco equações do movimento que descrevem o comportamento vertical do veículo.

A Equação 5 descreve o movimento vertical do veículo com 3 eixos.

$$m\ddot{x} + c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) + c_3(\dot{x} - \dot{x}_3 + a_3\dot{\theta}) + k_1(x - x_1 - a_1\theta) + k_2(x - x_2 + a_2\theta) + k_3(x - x_3 + a_3\theta) = 0 \quad (5)$$

O movimento angular do veículo é obtido pelo somatório dos momentos aplicados à massa suspensa como indicado na Equação 6.

$$I_y\ddot{\theta} - a_1c_1(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + a_2c_2(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) + a_3c_3(\dot{x} - \dot{x}_3 + a_3\dot{\theta}) - a_1k_1(x - x_1 - a_1\theta) + a_2k_2(x - x_2 + a_2\theta) + a_3k_3(x - x_3 + a_3\theta) = 0 \quad (6)$$

Aplicando a segunda lei de Newton nas massas não suspensas referente ao eixo C1 e C2 encontramos equações identicas as Equações 5 e 6.

Analogamente o movimento vertical da massa não suspensa referente ao eixo C3 do veículo é determinado pela Equação 7.

$$m_3\ddot{x}_3 - c_3(\dot{x} - \dot{x}_3 + a_3\dot{\theta}) + k_{t_3}(x_3 - y_3) - k_3(x - x_3 + a_3\theta) = 0 \quad (7)$$

2.3 Modelo para o Semi-Reboque de 3 Eixos

Neste modelo, vamos analisar um Semi-Reboque de três eixos. A abordagem seguida aqui é bem similar aos modelos anteriores, as simplificações e hipóteses adotadas anteriormente, também serão adotadas aqui. Na Tabela 3 estão os dados relevantes para o equacionamento do problema.

Tabela 3: Informações relevantes sobre o Semi-Reboque de 3 Eixos

Parâmetro	Símbolo	Valor
Massa suspensa	m	9700 kg
Massa não suspensa do eixo C4	m_4	1503 kg
Massa não suspensa do eixo C5	m_5	1503 kg
Massa não suspensa do eixo C6	m_6	1503 kg
Coef. de amortecimento do eixo C4	c_4	58,00KNs/m
Coef. de amortecimento do eixo C5	c_5	58,00 KNs/m
Coef. de amortecimento do eixo C6	c_6	58,00 KNs/m
Rigidez do eixo do eixo C4	k_4	700 KN/m
Rigidez do eixo do eixo C5	k_5	700 KN/m
Rigidez do eixo do eixo C6	k_6	700 KN/m
Distância do CG ao eixo C4	a_1	0,405 m
Distância do CG ao eixo C5	a_2	2,305 m
Distância do CG ao eixo C6	a_3	3,625 m
Momento de Inércia	I_y	9500 kgm^2
Rigidez do Pneu	$K_{t_4}, K_{t_5}, K_{t_6}$	2000 KN/m

Vamos adotar um modelo de meio veículo para descrever o comportamento físico do sistema. O modelo de veículo estudado pode ser observado na Figura 3.

Figura 3: imagem 3D do Semi-Reboque com 3 eixos.

A partir desse modelo, de maneira semelhante aos anteriores, conseguimos obter as equações constitutivas que descrevem o movimento vibratório do veículo. Aplicando a segunda lei de Newton, obtemos cinco equações do movimento que descrevem o comportamento vertical do veículo.

A Equação 8 descreve o movimento vertical do Semi-Reboque com 3 eixos.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} - F + c_4(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + c_5(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) \\ + c_6(\dot{x} - \dot{x}_3 + a_3\dot{\theta}) + k_4(x - x_1 - a_1\theta) \\ + k_5(x - x_2 + a_2\theta) + k_6(x - x_3 + a_3\theta) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

O movimento angular do Semi-Reboque é obtido pelo somatório dos momentos aplicados à massa suspensa como indicado na Equação 9.

$$\begin{aligned} I_y\ddot{\theta} - Fa_4 + a_1c_4(\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1\dot{\theta}) + a_2c_5(\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2\dot{\theta}) \\ + a_3c_6(\dot{x} - \dot{x}_3 + a_3\dot{\theta}) + a_1k_4(x - x_1 - a_1\theta) \\ + a_2k_5(x - x_2 + a_2\theta) + a_3k_6(x - x_3 + a_3\theta) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

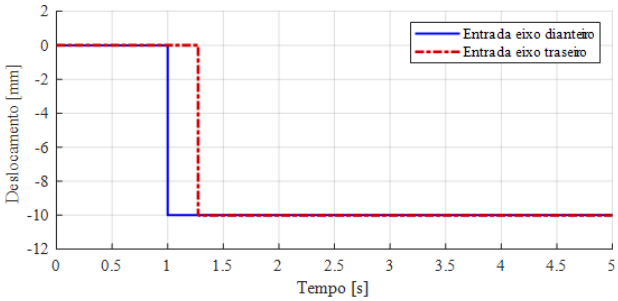
3 Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos das simulações feitas utilizando os modelos matemáticos apresentados anteriormente.

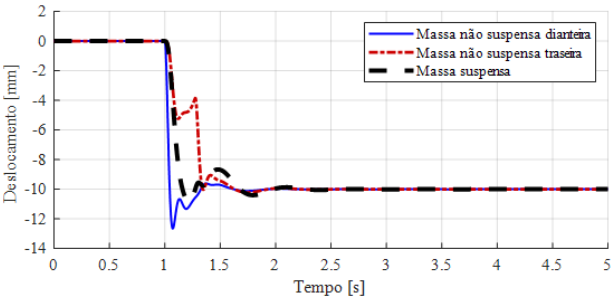
3.1 Resultados Para o Veículo de 2 eixos

Após o desenvolvimento do modelo dinâmico, um algoritmo foi implementado em MatLab. Com este código foram feitas várias simulações para várias entradas. Os resultados obtidos serão apresentados nesta seção do estudo.

Na Figura 4 é apresentado os resultados obtidos pelo modelo para uma entrada degrau. A Figura 4a) apresenta as entradas no contato dos pneus com a via, a excitação é um degrau unitário com amplitude de 10 mm. É possível notar que há um intervalo entre a excitação do eixo dianteiro e traseiro, esse intervalo ocorre devido à distância do entre eixo do veículo. Na Figura 4b) são apresentados os deslocamentos das massas. É possível observar que, o atraso da excitação da roda traseira em comparação com a dianteira devido à distância do entre-eixos, a roda dianteira é excitada a partir de 1 segundo, enquanto a roda traseira é excitada em 1,2 segundos depois. O deslocamento máximo da massa não suspensa dianteira é de aproximadamente 12 mm, enquanto o da massa não suspensa traseira é de 10 mm, a massa traseira começa a ser excitada logo no momento que a roda dianteira entra em contato com o degrau, porém é gerado um deslocamento inferior ao movimento após a roda traseira passar pelo degrau.



(a) Excitação de um degrau unitário no contato do pneu

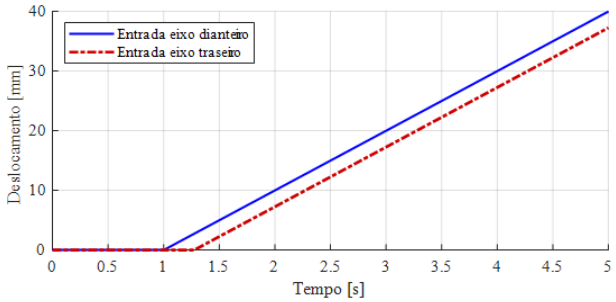


(b) Resposta dos deslocamentos das massas do veículo

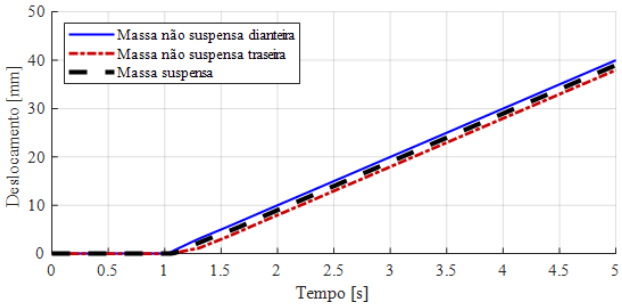
Figura 4: Resposta do modelo a entrada degrau.

A Figura 5 apresenta a resposta do modelo a entrada rampa. Na Figura 5a) é possível observar a excitação nos eixos traseiro e dianteiro no instante de tempo igual a 1 s e 1,2 s. Assim como na excitação do degrau, o eixo traseiro tem um atraso em sua resposta se comparado com o eixo dianteiro devido à distância do entre-eixos. A Figura 5b) representa o deslocamento das massas do veículo. É possível notar que ao ser excitado pela rampa, as massas não apresentam oscilações significativas. Isto ocorre devido a suavidade que a entrada rampa excita o sistema no contato dos pneus com o solo. Também é possível observar, que logo após o sistema ser exercitado, as massas apresentam uma variação de deslocamento constante, baseado na rampa de entrada. A Figura 6 apresenta os resultados obtidos pelo modelo em uma resposta para uma entrada oscilatória de amplitude de 10 mm e frequência de 100 Hz. Na Figura 6a) observamos as excitações nos eixos traseiro e dianteiro do veículo, que ocorrem simultaneamente. O deslocamento das

massas para esta excitação é apresentado na Figura 6b). É possível notar uma oscilação transiente de todas as massas do veículo até 0,3s, a massa não suspensa dianteira atinge um pico de 0,5 mm, enquanto as massas não suspensa traseira atinge um pico de 0,3 mm, por fim, a massa suspensa apresenta um pico de 0,2 mm. Após 0,3 s, as massas não suspensas dianteiras e traseiras apresentam um comportamento oscilatório permanente, com frequência de 100 Hz. Por outro lado, após o regime transiente, a massa suspensa apresenta uma estabilização do comportamento oscilatório próximo de 0 mm. Como a frequência natural da suspensão é muito menor que a frequência de excitação, a suspensão filtra as vibrações produzidas pela estrada.

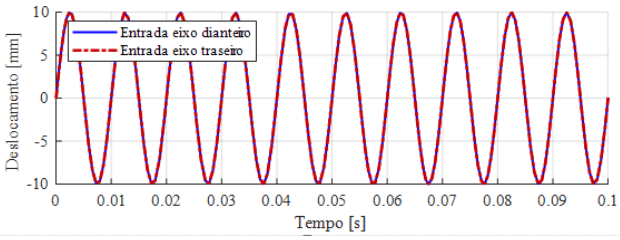


(a) Excitação de um degrau unitário no contato do pneu

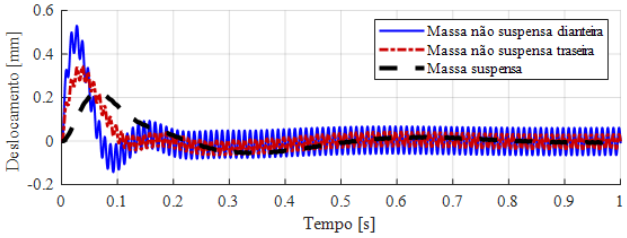


(b) Resposta dos deslocamentos das massas do veículo

Figura 5: Resposta do modelo a entrada rampa.



(a) Excitação de um degrau unitário no contato do pneu



(b) Resposta dos deslocamentos das massas do veículo

Figura 6: Resposta do modelo a entrada oscilatória.

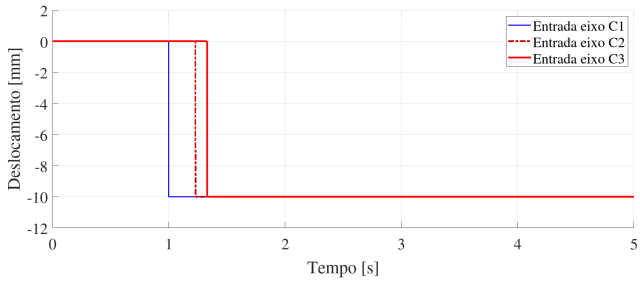
3.2 Resultados para o Veículo com 3 Eixos

Para este modelo, também foi desenvolvido e implementado um algoritmo em MatLab. Os resultados das simulações seram apresentados neste capítulo.

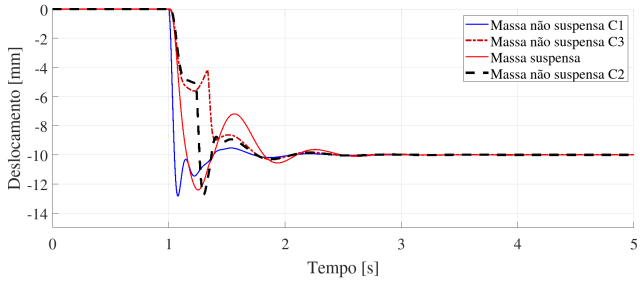
Para realizarmos os testes submetemos o modelo aos mesmos padrões de excitação do veículo com 2 eixos. representando no MatLab uma entrada referente a um degrau unitário, uma rampa e uma entrada oscilatória. Como no primeiro caso houve uma diferença entre os instantes em que os eixos fazem o contato com as entradas, devido à distância entre cada eixo.

Na Figura 7 é apresentada a resposta dos deslocamentos das massas não suspensas dos eixos C1, C2 e C3 e da massa suspensa de um caminhão de 3 eixos, quando submetidos a uma excitação causada por um degrau unitário. Observa-se que, ao aplicar a excitação (em t = 1s), há um deslocamento abrupto nas massas não suspensas e suspensas, com magnitude inicial variando entre os eixos. As oscilações pós-degrau demonstram um amortecimento ao longo do tempo, especialmente para a massa suspensa, que se estabiliza gradualmente após a excitação inicial.

Comparando os resultados do caminhão de 3 eixos com os de um veículo de 2 eixos, nota-se que o veículo de 2 eixos apresenta uma magnitude de deslocamento inicial maior e oscilações mais prolongadas e menos amortecidas. Por outro lado, o caminhão de 3 eixos exibe uma resposta mais controlada e rapidamente estabilizada, indicando uma maior eficiência do sistema de suspensão em lidar com excitações bruscas. Essa análise destaca a superioridade do sistema de suspensão do caminhão de 3 eixos em termos de estabilidade e segurança operacional.



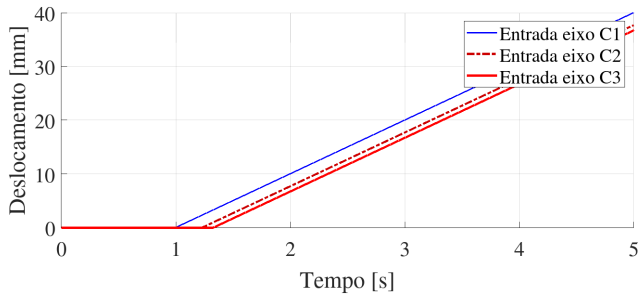
(a) Excitação de um degrau unitário no contato do pneu



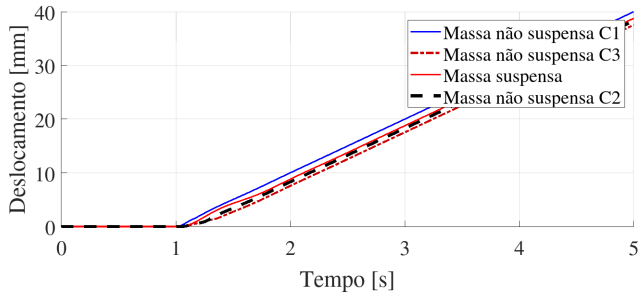
(b) Resposta dos deslocamentos das massas do veículo

Figura 7: Resposta do modelo à entrada degrau.

Na Figura 8 é observado a resposta do modelo quando submetido a uma excitação causada por uma rampa. Podemos observar que o veículo se comporta de maneira bem semelhante nos casos em que ele possuí 2 e 3 eixos.



(a) Excitação de um degrau unitário no contato do pneu



(b) Resposta dos deslocamentos das massas do veículo

Figura 8: Resposta do modelo à entrada rampa.

Na Figura 9 o padrão de excitação obtido para o veículo com 2 e 3 eixos é o mesmo. No entanto, temos uma resposta diferente dos deslocamentos das massas não suspensas dos eixos C1, C2 e C3 e da massa suspensa de um caminhão de 3 eixos, quando submetidos a uma excitação oscilatória. Observa-se que as massas não suspensas dos eixos C1, C2 e C3 apresentam um deslocamento inicial significativo, seguido por oscilações com amplitude e frequência bem definidas. A massa suspensa, por sua vez, exibe oscilações com menor amplitude, indicando um maior amortecimento. Com o tempo, a amplitude das oscilações diminui, refletindo a eficiência do sistema de suspensão do caminhão de 3 eixos em estabilizar o movimento.

Comparando os resultados do caminhão de 3 eixos com os de um veículo de 2 eixos, nota-se que o veículo de 2 eixos apresenta uma resposta oscilatória com maior amplitude. Isso sugere que o sistema de suspensão do caminhão de 3 eixos é mais eficaz em absorver as excitações oscilatórias. Além disso, o caminhão de 3 eixos demonstra uma redução mais rápida na amplitude das oscilações, evidenciando um sistema de suspensão mais robusto. A maior estabilidade na resposta ao longo do tempo, com oscilações mais controladas e menor impacto na massa suspensa.

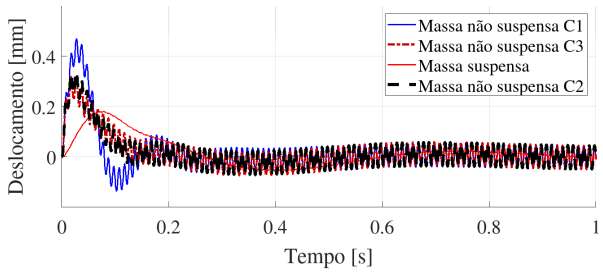


Figura 9: Resposta do modelo a entrada oscilatória

Os resultados indicam que o Semi-Reboque de 3 eixos apresenta comportamento dinâmico muito semelhante ao caminhão de 3 eixos, apesar da maior massa suspensa. Essa similaridade deve-se à equivalência estrutural dos sistemas de suspensão, com rigidez e amortecimento eficientes que filtram oscilações e estabilizam rapidamente o veículo diante de excitações diversas. O estudo confirma que veículos de 3 eixos, incluindo o Semi-Reboque, têm desempenho dinâmico superior e maior estabilidade em comparação aos de 2 eixos, reforçando a importância de suspensões bem projetadas para segurança e conforto no transporte rodoviário.

[1] COLAVITE, A. S.; KONISHI, F. A matriz do transporte no Brasil: análise comparativa para a competitividade. Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, v. 12, 2015, p. 28.
[2] MOREIRA, M. A. L.; FREITAS JR., M.; TOLOI, R. C. O transporte rodoviário no Brasil e suas deficiências. Refas-Revista Fatec Zona Sul, v. 4, n. 4, p. 1–13, 2018.
[3] ANFAVEA. Dados estatísticos - Autoveículos: produção, licenciamento e exportações. 2023. Disponível em: https://anfavea.com.br/site/edicoes-em-excel/. Acesso em: 10 maio 2023.
[4] SHIOTSUKI, R. D. Análise do efeito da suspensão traseira de veículo rodoviário no desempenho de pavimentos flexíveis. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário da FEI, 2009.
[5] JUNIOR, F.; PEREIRA, L. M. Estudo da dinâmica vertical de suspensão veicular tipo MacPherson. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, 2017.
[6] WANG, H. Composite modeling method in dynamics of planar mechanical system. Science in China Series E: Technological Sciences, 2008.
[7] JAZAR, R. N. Vehicle dynamics: theory and application. Springer, 2017.
[8] GILLESPIE, T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. SAE Inc., 1992.
[9] GENTA, G.; MORELLO, L. The automotive chassis. Springer, 2009.
[10] RAO, S. Vibrações mecânicas. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2012.
[11] RILL, G. Road Vehicle Dynamics Fundamental and Modeling with Matlab. 2. ed. CRC Press, Boca Raton, FL.
[12] HE, J.; XU, Y. L.; ZHAN, S.; HUANG, Q. Structural control and health monitoring of building structures with unknown ground excitations: experimental investigation. Journal of Sound and Vibration, v. 390, p. 23–38, 2017.