

ESTUDO DE MAPAS COGNITIVOS FUZZY PARA MODELAGEM DE PROBLEMAS INVERSOS

Palavras-Chave: TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY, MAPAS COGNITIVOS FUZZY, PROBLEMAS INVERSOS

Autores:

VITÓRIA YUMI UETUKI NICOLETI, ILUM ESCOLA DE CIÊNCIA – CNPEM

Prof. Dr. VINÍCIUS FRANCISCO WASQUES (orientador), ILUM ESCOLA DE CIÊNCIA – CNPEM

Dr. EDUARDO XAVIER SILVA MIQUELES (co-orientador), LNLS - CNPEM

INTRODUÇÃO:

A Teoria de Conjuntos Fuzzy propõe uma representação matemática para conceitos subjetivos [6]. Através dessa teoria, um objeto pode pertencer a um conjunto com certo grau de associação, que varia no intervalo de 0 a 1, permitindo armazenar e manipular de forma matemática e computacional a incerteza inerente a fenômenos da natureza e conceitos subjetivos, bem como faz-se o raciocínio humano. Essa abordagem tem sido aplicada com êxito em diversas áreas da ciência e um campo de estudo emergente, envolvendo modelagem considerando incertezas da natureza, é o de Mapas Cognitivos Fuzzy (MCFs), cujo objetivo é prover suporte ao complexo processo de tomada de decisão, o qual, com o avanço científico dos conhecimentos de fronteira, está se tornando cada vez mais desafiador até mesmo aos computadores.

Essa técnica de modelagem cognitiva [3] combina redes neurais e lógica *fuzzy*, a fim de prever mudanças em conceitos representados por mapas causais, os quais podem ser interpretados como grafos. A vantagem, que propicia sua aplicação em diversos campos científicos, é sua natureza dinâmica, a qual permite determinar um estado particular do sistema e seu desenvolvimento ao longo do tempo (análise de cenário e comportamento). Uma aplicação emergente é para a modelagem de problemas inversos, que consiste em definir a mudança necessária aos conceitos controláveis de MCFs para que, então, o sistema possa atingir uma condição alvo dentro de um certo nível de certeza.

Os problemas inversos, definidos por sistemas matriciais do tipo $Ax = b$, são comumente encontrados em diversas áreas de estudo. Por demandas das ciências naturais e tecnológicas, tornou-se crescente a busca para uma causa dado algum efeito conhecido. Entretanto, por estarem associados a problemas mal-postos na maioria dos casos, esses problemas são caracterizados por uma resolução mais elaborada. Como resultado, nas últimas décadas, vem sendo desenvolvida a importante e relevante área de estudo que visa estudá-los e solucioná-los. Nesse sentido, junta-se a ela a abordagem baseada

em MCFs, advinda da Teoria de Conjuntos Fuzzy, para quando o sistema com que se lida possui incertezas atreladas.

Dentre a vasta gama de aplicações, a tomografia é um exemplo no qual se faz uso de uma abordagem via problema inverso. O Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais (CNPEM), em que o presente estudo se insere, é responsável pelo Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS), que opera o Sirius, um acelerador de luz síncrotron de quarta geração, cujas linhas de luz abrigam instrumentações científicas avançadas para análises de amostras. Às medições das linhas de luz MOGNO, CARNAÚBA e CATERETÊ, que são destinadas a medições tomográficas, estão associadas centenas de incertezas também atreladas ao acelerador de partículas, podendo ser citados o ângulo de obtenção e a energia do feixe como exemplo. Dessa maneira, configuram aos pesquisadores um problema inverso a ser resolvido para a reconstrução da imagem.

Este projeto de Iniciação Científica vinculado à FAPESP, nº 2024/06949-7, tem o objetivo de estudar a modelagem de problemas inversos por meio de Mapas Cognitivos Fuzzy, especialmente relacionados às medidas tomográficas do Sirius, buscando tratar suas incertezas com a aplicação da teoria *fuzzy*.

OBJETIVOS:

Os objetivos centrais deste projeto são:

1. Explorar técnicas de modelagem através da Teoria de Conjuntos Fuzzy;
2. Interpretar problemas inversos que incorporam incertezas;
3. Aprofundar as técnicas de resoluções de Mapas Cognitivos Fuzzy;
4. Desenvolver técnicas de resolução de problemas inversos via Mapas Cognitivos Fuzzy;
5. Aplicar os resultados em problemas inversos associados às medições de tomografia de linhas de luz do Sirius ou fornecidas em bancos de dados abertos (*Open-Source*) e realizar simulações, por métodos implementados computacionalmente, para validar a metodologia; e
6. Avaliar como a abordagem lidou com as respectivas incertezas e avaliar a fidelidade e correspondência à realidade modelada.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA:

Teoria de Conjuntos Fuzzy

Um subconjunto *fuzzy* S de um espaço topológico U é definido por sua função de pertinência $\varphi_S: U \rightarrow [0,1]$, sendo que $\varphi_S(u)$ indica o grau com que o elemento $u \in U$ pertence a S . Sendo assim, tomando como função de pertinência a função característica, observa-se que todo conjunto clássico pode ser visto como um caso particular de um dado conjunto *fuzzy* [2].

Mapas Cognitivos Fuzzy (MCFs)

Pela definição formal, um Mapa Cognitivo Fuzzy é uma rede causal que reflete alguma área do conhecimento. Ele pode ser representado como:

$$G = \langle C, E \rangle, \quad (1)$$

em que $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ é um conjunto de conceitos, cuja representação são os nós de um grafo direcionado e podem ser classificados como controláveis, intermediários ou de influência direta, e alvos, e E é a matriz de pesos das ligações entre os elementos de C , que definem a relação entre eles [4].

Para representar o grafo, uma matriz de adjacência, $E = [e_{ij}]_{1 \leq i, j \leq n}$, pode ser montada, sendo $e_{ij} = e(C_i, C_j)$ o valor da função causal da aresta entre nós, ou seja, a causalidade que o conceito (nó causal) C_i transmite ao C_j . Um exemplo da representação de um mapa cognitivo fuzzy por um grafo e sua matriz de adjacência correspondente é ilustrado, respectivamente, na Figura 1 e na Figura 2. Na terminologia de análise cognitiva, o conceito C_i (causa) influencia o conceito C_j (efeito), de tal forma que uma mudança no estado de C_i implica na mudança de estado de C_j , posto que são considerados em relação e , o que pode ser escrito como: C_i, C_j ou $C_i e C_j$. Existem três tipos de peso de relação: $e_{ij} > 0$, que indica uma relação causal positiva; $e_{ij} < 0$, que indica uma relação causal negativa; e $e_{ij} = 0$, que indica que não há nenhuma relação entre os nós.

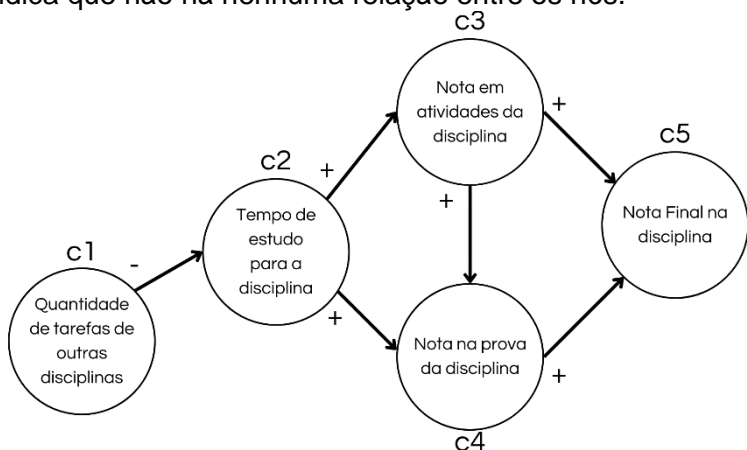


Figura 1: Grafo representando um MCF que modela a situação avaliativa de um aluno em uma disciplina. No caso, os conceitos c_1 e c_2 - já que há a opção de fazer ou não as tarefas - são os controláveis, c_3 e c_4 são as influências diretas, e c_5 é o alvo. Figura de autoria própria.

		EFEITOS				
		c1	c2	c3	c4	c5
CAUSAS	c1	0	-1	0	0	0
	c2	0	0	0.345	0.5	0
	c3	0	0	0	0.5	0.4
	c4	0	0	0	0	0.6
	c5	0	0	0	0	0

Figura 2: Matriz de causalidade entre conceitos, representando o mapa cognitivo da Figura 1 [3]. A matriz de pesos foi construída pensando que as notas não devem ultrapassar 10 pontos, o tempo de dedicação é dado em relação a um total possível de 29 horas livres em uma semana. Figura de autoria própria.

Nos Mapas Cognitivos Fuzzy, os conceitos podem assumir valores cujo carácter pode ser tanto relativo (indicador qualitativo) como absoluto (quantitativo). Ademais, posto que um MCF visa representar um tópico do conhecimento, e pode basear-se em especialistas, a causalidade configura-se como *fuzzy* uma vez que tal conhecimento pode conter subjetividades ou imprecisões que aqui serão modeladas pela área de lógica *fuzzy*, mais precisamente, por Mapas Cognitivos Fuzzy. Realizando algumas alterações, o exemplo dado pode ser redefinido

Conceitos	Valor absoluto	Valor subjetivo
c_1	8	Muita
c_2	2	Pouco
c_3	8	B
c_4	9	A
c_5	9.5	A

Tabela 1: Tabela indicando como os conceitos poderiam ser representados por valores absolutos (teoria dos conjuntos clássicos) e por valores subjetivos (teoria dos conjuntos fuzzy). O conceito c_1 pode ser definido como 8 atividades extras ou como "Muita" atividade extra; O conceito c_2 pode ser dado como 2 horas de estudo dedicadas a uma disciplina ou definido como "Pouco" tempo de estudo para ela; Os conceitos c_3 , c_4 e c_5 podem ser dados como notas absolutas ou na forma de conceitos, os quais correspondem a um intervalo de notas possíveis.

incorporando a subjetividade e, assim, sendo modelado pela lógica fuzzy, o que pode ser visto na Tabela 1.

Problemas Inversos

Por sua vez, dado um problema na forma matricial

$$Ax = b, \quad (2)$$

em que A é um operador, x é um vetor de estado e b é um vetor resultante, o Problema Inverso, que se faz presente em grandes áreas do conhecimento, cuja representação é ilustrada pela Figura 1, consiste em determinar x, sabendo A e b.

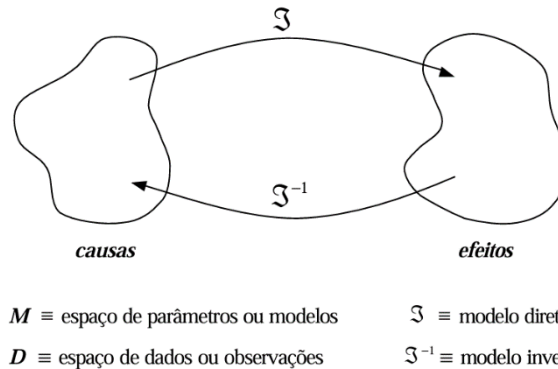


Figura 1: Representação esquemática de problema direto e inverso [5].

Modelagem de Problemas Inversos por MCFs

Ao ser proposta uma abordagem de resolução de problema inverso por MCFs, o estudo direciona-se à sua respectiva modelagem matemática. Apesar de diferentes métodos de cálculo possíveis, basicamente, o valor de um nó associado a outro cujo valor já é de conhecimento pode ser dado por

$$N_i^{(k+1)} = f \left(N_i^{(k)} + \sum_{j=1, j \neq i}^n E_{ij} N_j^{(k)} \right) \quad (3)$$

em que $N_i^{(k+1)}$ é o novo/futuro valor de ativação do conceito C_i em iteração, $N_i^{(k)}$ é o valor atual de ativação do conceito C_i em iteração, $N_j^{(k)}$ é o valor atual de ativação do conceito C_j em iteração - em outras palavras, aquele que está relacionado com C_i com peso e_{ij} , e $f(x)$ é a função transformação. Reescrevendo, podemos denotar em forma matricial como:

$$N_{novo} = f \left(N_{atual} + \sum E \cdot N_{atual} \right) \quad (4)$$

em que N é a matriz dos valores dos conceitos ($1 \times n$), E é a matriz ($n \times n$) dos pesos entre os conceitos de um sistema [1].

Os cálculos para os MCFs continuam até se atingir uma das condições a seguir: até N_{novo} ser igual a N_{atual} ou haver uma pequena e aceitável diferença entre eles (estado estável); revelar um comportamento cíclico e periódico; revelar um comportamento caótico.

Dado esse contexto, há três possíveis abordagens para a modelagem do problema com inserção do *fuzzy*. A primeira consiste que objetos causais ou suas causalidades podem ser descritos por concepções vagas ou subjetivas. Neste caso, faz-se uso de subconjuntos *fuzzy* para representá-los, e, assim, o grau de pertencimento de uma variável no conjunto *fuzzy* representa o nível de associação que ela tem com um determinado objeto causal. Para isso, a função de transformação f leva os valores de ativação de um conceito para um valor dentro do range $[0,1]$, sendo que, caso positivo, $+: f(x) \in [0,1]$, caso negativo, $-: f(x) \in [-1,0]$. A segunda consiste que cada conceito, sendo subjetivo, pode ser composto por um sistema de regras, de forma que ele mesmo tenha resultado de um outro MCF. Enquanto que a terceira consiste em estender os valores de ativação dos conceitos da teoria dos conjuntos clássicos para a teoria dos conjuntos fuzzy, por meio de um princípio de extensão, e avaliar o comportamento deles.

Por fim, também há três propostas possíveis para a integração com os problemas inversos. A primeira é, sabendo o conceito alvo, buscar saber os conceitos intermediários, de influência direta. A segunda consiste em, tendo conhecimento tanto do alvo quanto dos intermediários, buscar os conceitos controláveis. Já a terceira abordagem seria, conhecendo o estado inicial de todo o MCF e um estado final que deseja-se alcançar, quais mudanças seriam necessárias serem feitas para atingir-se o esperado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS:

No XXXII Congresso de Iniciação Científica da UNICAMP - 2024, serão apresentadas informações sobre o andamento do projeto e uma aplicação usando dados do Sirius estudada até o momento do evento, ilustrando a metodologia aplicada no trabalho de forma lúdica e prática, e possíveis resultados obtidos. Com isso, almeja-se propagar o conhecimento que está sendo desenvolvido.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BAKHTAVAR, Ezzeddin et al. Fuzzy cognitive maps in systems risk analysis: a comprehensive review. **Complex & Intelligent Systems**, v. 7, n. 2, p. 621–637, 2021.
- [2] BASSANEZI, Rodney C.; BARROS, Laécio C. **Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática**. Gráfica Central da Unicamp, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMEEC) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2015.
- [3] KOSKO, Bart. Fuzzy cognitive maps. **International Journal of Man-Machine Studies**, v. 24, n. 1, p. 65–75, 1986.
- [4] PETUKHOVA, Alina V.; KOVALENKO, Anna V.; OVSYANNIKOVA, Anna V. Algorithm for Optimization of Inverse Problem Modeling in Fuzzy Cognitive Maps. **Mathematics**, v. 10, n. 19, p. 3452, 2022.
- [5] VELHO, Haroldo F. C. Problemas Inversos: Conceitos Básicos e Aplicações. São José dos Campos, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Laboratório de Computação e Matemática Aplicada, 2006.
- [6] ZADEH, Lotfi A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965.