CONHECIMENTO INTERPRETATIVO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA – UMA TAREFA PARA FORMAÇÃO NO ÂMBITO DA PROPORCIONALIDADE

Palavras-Chave: CONHECIMENTO INTERPRETATIVO, TAREFA PARA FORMAÇÃO, PROPORCIONALIDADE

Autores:

PAULO CARRARA, FE - UNICAMP

Prof. Dr. MIGUEL RIBEIRO (orientador), FE - UNICAMP

INTRODUÇÃO

Objetivando a melhora das aprendizagens matemáticas dos alunos, associada a um entendimento do que fazem e porque o fazem, de modo a não “memorizarem” a regra, torna-se essencial um amplo conhecimento de como a formação pode contribuir efetivamente para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos professores, possibilitando um ensino com e para a compreensão.

O professor e seu conhecimento assumem papel preponderante na aprendizagem dos alunos, tendo um impacto nessa aprendizagem maior que qualquer outro fator controlável (Nye; Konstantopoulos; Hedges, 2004), e, considerando a necessidade de que a prática do professor tenha como ponto de partida o que os alunos conhecem e como conhecem, adotamos a noção de Conhecimento Interpretativo – CI (Di Martino; Mellone; Ribeiro, 2019).

Como a prática do professor se sustenta na implementação e discussão de tarefas (Mason; Johnston-Wilder, 2006), é essencial que a formação se sustente em tarefas que desenvolvam simultaneamente o conhecimento matemático e pedagógico do professor. Daí a necessidade de um foco particular nas denominadas Tarefas Formativas e na implementação das Tarefas para a Formação – TpF (Ribeiro; Almeida; Mellone, 2021), e de que essas tarefas sejam focadas em temas ou tópicos nos quais os alunos revelam dificuldade, como é o caso da proporcionalidade, principalmente no que se refere à passagem das estruturas aditivas às estruturas multiplicativas (Oliveira, 2009).

Perseguimos, assim, responder à seguinte questão: *Que Conhecimento Interpretativo revelam futuros professores de matemática no âmbito do tópico proporcionalidade, e quais as características das Tarefas para a Formação que contribuem para promover o desenvolvimento desse conhecimento?*

MARCO TEÓRICO

O tópico proporcionalidade exige que o aluno compreenda a relação constante entre duas grandezas diretamente proporcionais (invariância na razão) e que essas grandezas variam “juntas” (covariância). Uma das maiores dificuldades dos alunos é compreender a natureza multiplicativa das situações proporcionais (Lamon, 2005), o que implica conhecer as distinções entre adicionar e multiplicar e os contextos em que cada operação é utilizada.

Complementando o conhecimento especializado do professor de matemática, e considerando a concepção de não se impor uma forma de se fazer e compreender a matemática, faz-se essencial que o ponto de partida das discussões matemáticas com os alunos esteja em o que estes conhecem e como conhecem e, portanto, é necessário mobilizar um conhecimento matemático do professor que permita atribuir significado às diferentes produções dos alunos. O conhecimento matemático especializado que sustenta essa prática interpretativa é definido na Enciclopédia Springer Nature como o:

> conhecimento matemático amplo e profundo que permite ao professor contribuir para que os alunos possam elaborar/desenvolver o seu conhecimento matemático tendo como ponto de partida o seu próprio raciocínio e produções, independentemente de serem não standard ou incorretas. O Conhecimento Interpretativo complementa o conhecimento de erros comuns ou estratégias dos alunos com o conhecimento das origens dos possíveis erros típicos e não típicos e o conhecimento do uso dos erros como uma efetiva fonte de aprendizagem (DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2019).

Pode-se categorizar em três níveis o CI revelado pelo professor ao interpretar produções dos alunos (MELLONE *et al.*, 2017): (i) Interpretação avaliativa - conhecimento pelo qual o professor determina congruência entre produções dos alunos e seu espaço solução (respostas que conhece para determinado problema ou classe de equivalência de problemas); (ii) Interpretação para "design" educacional: conhecimento que permite ao professor desenhar etapas didáticas baseado nas produções dos alunos; (iii) Interpretação como pesquisa – conhecimento que permite ao professor revisar sua própria formulação matemática, considerando a produção do aluno para expandir seu espaço solução.

Necessitam-se assim contextos formativos que permitam o desenvolvimento do CI dos professores ao oferecê-los oportunidades de investigar e atribuir significado a produções de alunos, assim como fornecer um *feedback* para essa produção. Feedback é entendido aqui como a informação fornecida por um agente em relação ao que fundamenta o desempenho ou compreensão do aluno (Hattie; TimperIey, 2007) e esse *feedback* será construtivo caso proponha orientações claras que estimulem o aluno a rever sua produção, repensar as estratégias utilizadas e desenvolver seu entendimento matemático (Di Martino *et al.*, 2016).

CONTEXTO E MÉTODO

Este é um estudo de caso instrumental, com informações coletadas em um encontro de quatro horas com a participação de 13 futuros professores como parte de uma disciplina da Licenciatura em Matemática da Unicamp. As informações foram coletadas recorrendo às produções escritas dos futuros professores à Tarefa para a Formação no âmbito de proporcionalidade elaborada pelos pesquisadores.

A TpF implementada é composta por três partes: (i) a Parte Preliminar, foi respondida individualmente; (ii) a Parte I, respondida em duplas; (iii) a Parte II, respondida em duplas. Para identificar cada uma das 6 duplas no processo de análise, utilizou-se a letra *G* seguida de um algarismo de 1 a 6.

Figura 1 – Tarefa para a Formação implementada

Parte Preliminar

1. Se alguém lhe para na rua e pergunta o que é proporcionalidade, como você responderia?

Parte I

Tarefa: Um problema de peixes e aves

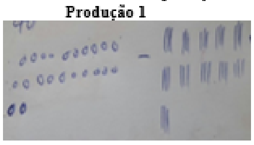
Em determinada comunidade de pescadores e caçadores a moeda de troca eram os produtos que estes possuíam. Se os pescadores e caçadores daquela época (período das cavernas) trocassem sempre 2 aves por 3 peixes, quantos peixes deveria ter um pescador para trocar por 22 aves?

2. Considere a tarefa anterior:
a) Resolva a tarefa por si mesmo – sem pensar em como ensinar/explorar/explicar a um aluno – recorrendo a duas representações distintas;
b) Que respostas/estratégias corretas ou incorretas poderia um aluno do 7º ano apresentar para este problema (indique pelo menos uma de cada)?
c) Quais considera que sejam as maiores dificuldades matemáticas dos alunos ao resolver o problema? Que comentários faria para cada uma dessas maiores dificuldades, no sentido de contribuir para que deixassem de ser dificuldades dos alunos?

Parte II

3. Esta tarefa foi implementada por vários professores em diversas salas de aula com os seus alunos e obtiveram-se respostas distintas em termos das representações empregues e raciocínios matemáticos envolvidos. Observe as produções dos alunos e faça o que se pede:

Produção 1



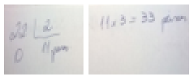
Joana

Produção 2

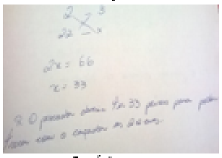
Maria

Produção 3

Ana: então, se tenho inicialmente 2 e depois vou ter 22 só necessito ver quantos pares tenho de fazer. Assim se fizer a operação obtenho 11 pares.



Produção 4



Letícia

a) Para cada produção dos alunos, comente sobre o raciocínio empregue e a sua adequação matemática.
b) Para cada produção dos alunos, como você procederia para que os alunos chegassem a descobrir quantos peixes seriam necessários para se trocar por n aves?

Fonte: Autoria Própria.

As produções escritas dos futuros professores foram transcritas *ipsis verbis* e utilizou-se o instrumento de análise apresentado em Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2012), em que se divide a aula em episódios fenomenologicamente coerentes e associados aos objetivos de desenvolvimento de conhecimento perseguidos. A análise realizada foca o CI revelado pelos futuros professores e os níveis desse conhecimento que se identifica em suas produções, mas também envolve o conhecimento matemático especializado revelado por eles a respeito da proporcionalidade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Parte Preliminar da tarefa, dentre os treze participantes, quatro destacaram a proporcionalidade como a covariação de duas grandezas, ao afirmar por exemplo que "*toda vez que um objeto é multiplicado por um número, o outro também deverá ser*". Outro participante destacou a invariação entre as grandezas por meio de um exemplo "*a quantidade de molho e a quantidade de sal mantêm sempre a mesma relação entre si*".

Dois participantes trazem a proporcionalidade como a equivalência entre razões numéricas, o que concorda com a definição de alguns autores como Heller, Ahlgren e Post (1989). Outro participante que afirma que a proporcionalidade é uma comparação entre valores e "*o quão maiores ou menores ou iguais eles são*".

Um participante respondeu que a proporcionalidade é "*uma relação entre grandezas*" e citou como exemplo "*é como dirigir um carro, com o tempo e a velocidade para se chegar ao local*", mas sem especificar se essa relação é multiplicativa, aditiva ou de outra natureza.

Dois participantes não incluem em suas respostas a noção de grandezas, em "relação entre duas quantidades", e reduzem a proporcionalidade à ideia de constante de proporcionalidade, como no exemplo "*Você tem 1,70 m de altura, eu tenho 1,90 m de altura, a proporção é de aproximadamente 0,9 vezes*". Os dois outros participantes apresentaram respostas sem correspondência com o fenômeno da proporcionalidade, como "*Coisas divididas em partes ao qual tem ou não alguma relação numérica*".

Ao resolverem o problema da tarefa (questão 2 (a)), quatro grupos (G1, G2, G3 e G4) encontraram por qual número a quantidade de peixes foi multiplicada e multiplicaram a quantidade de aves pelo mesmo valor – procedimento utilizando a covariação entre grandezas. Dois grupos (G1 e G4) descobriram quantas aves correspondem a um peixe, uma ave e meia, e multiplicou o total de peixes por esse valor – procedimento denominado taxa unitária. Dois grupos (G2 e G6) utilizaram a equivalência entre a razão das quantidades de peixes e a razão das quantidades de aves e, em seguida, resolveram a equação resultante. Três grupos (G4, G5 e G6) resolveram o problema utilizando a regra de três.

Ao responderem aos itens (b) e (c) da questão 2, dois grupos (G1 e G6) apontaram que uma dificuldade dos alunos está na "*organização dos dados*" e que poderiam "*se apegar à estrutura do algoritmo de proporcionalidade e escrever a igualdade de forma incorreta como* $\frac{2}{3} = \frac{x}{22}$", o que se relaciona com à falta de atribuição de sentido à proporção enquanto igualdade entre razões. Como comentário, G1 sugeriu utilizar outro registro de representação, por exemplo a tabela, e G6 sugeriu "*montar a regra de três de forma verbalizada*".

Dois grupos (G2 e G5) registraram como dúvida dos alunos "*entenderem que a relação entre a quantidade de peixes e de aves é uma relação de razão (2 para 3) e não de soma (2 + 1 = 3)*", corroborando o que é trazido por Lamon (2005), e como comentário destacariam a relação multiplicativa pelo exemplo com caso mais simples em "*se eu trocar 2 aves por 3 peixes duas vezes, terei trocado 4 aves no total por 6 peixes no total*".

Os outros dois grupos (G3 e G4) destacam erros e dificuldades relativos a um dos passos do procedimento regra de três, a chamada "*multiplicação cruzada*", em que os alunos poderiam realizar a "*multiplicação em linha reta (horizontal)*". Como comentário, G4 sugeriu explicar a estratégia que utilizaram na questão 2 (a) como forma de atribuir sentido aos passos executados na regra de três.

Ao interpretar quatro produções dos alunos e proporem intervenções para alcançar uma generalização (questão 3 (a) e (b)), dois grupos (G1 e G5) não descrevem – nem consideram corretos – os raciocínios matemáticos evidenciados nas duas primeiras produções dos alunos, afirmando que "*fizeram duas representações muito visuais e recursivas*". Essa interpretação pode ser considerada como avaliativa (Mellone *et al*., 2017) ao não considerar resoluções que diferem da sua própria como correta. Os grupos propõem que os alunos se adequem ao registro de representação algébrico e fornecem *feedback* superficial (Galleguillos; Ribeiro, 2019) às três primeiras produções, "*Quantos peixes você daria por só uma ave? E por 10? E por 20? E por 30? E por 100? E por n?*", que não necessariamente permite o entendimento matemático, esperando que os alunos alcance sozinho a generalização.

Três grupos (G3, G4 e G6) interpretam e descrevem corretamente o raciocínio evidenciado nas produções dos alunos, o que caracteriza uma interpretação avaliativa (Mellone *et al*., 2017) descritiva. Em seguida, os grupos sugerem ensinar sua própria maneira de fazer para todos os alunos, em "*apresentaria a regra de três simples para todos e após entenderem, chegaria num termo geral [...]*", independente do que interpretaram da produção de cada aluno.

Um grupo (G2) descreve os passos efetuados pelos alunos e considera os raciocínios matematicamente adequados, mesmo não se tratando de estratégias utilizadas por eles próprios ao resolver o problema. Esse grupo considera cada produção do aluno para propor um *feedkback* construtivo, coerente com cada forma de Pensar matematicamente e o registro de representação utilizado, configurando uma interpretação para "design" educacional (nível 2).

COMENTÁRIOS FINAIS

A análise das informações coletadas permitiu identificar dois níveis de CI nas interpretações feitas pelos futuros professores, com uma predominância respostas com interpretação avaliativa (nível 1) – em que os futuros professores ensinariam sua forma de pensar aos alunos – e apenas uma resposta com interpretação para o "design" educacional (nível 2) – em que o grupo de futuros professores desenha uma sequência didática específica para cada aluno, baseando-se no raciocínio matemático que puderam interpretar de suas produções.

Em uma perspectiva de melhora da formação, este trabalho anuncia a necessidade de expor os futuros professores a discussões matemáticas que tragam o contexto da prática profissional para que possam desenvolver seu conhecimento especializado e interpretativo, e promover uma forma de ensinar diferente daquela que aprendemos, que leve em consideração o que os alunos conhecem e como conhecem para permitir um aprendizado com e para a compreensão.

BIBLIOGRAFIA

DI MARTINO, Pietro; MELLONE, Maria; RIBEIRO, Miguel. Interpretative knowledge. **Encyclopedia of Mathematics Education**. Cham: Springer International Publishing, p. 1-5, 2019.

DI MARTINO, Pietro. *et al*. Prospective teachers' interpretative knowledge: giving sense to subtraction algorithms. In: Erme Topic Conference Mathematics Teaching, Resources and Teacher Professional Development, 2016. **Proceedings [...]** Hall: Erme, 2016.

MASON, John; JOHNSTON-WILDER, Sue. Designing and using mathematical tasks. St Albans: Tarquin Publications, 2006.

MELLONE, M. et al. Prospective teachers interpret student responses: Between assessment, educational design and research. In: CERME 10. 2017.

SCHLIEMANN, Analúcia Dias; CARRAHER, David William. Razões e proporções na vida diária e na escola. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, ed. 2, 1997.

LAMON, Susan J. Teaching fractions and ratios for understanding: Esseqqtial content knowledge and instructional strategies for teachers. Routledge, 2020.

HATTIE, John; TIMPERLEY, Helen. The power of feedback. **Review of educational research**, v. 77, n. 1, p. 81-112, 2007.

OLIVEIRA, Izabella. Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resolução de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec. Boletim de Educação Matemática, v. 22, n. 34, p. 57-79, 2009.

HELLER, P.; AHLGREN, A.; POST, T. Proportional reasoning: the effect of won contexto variables, rate type, and problem setting. Journal of Research in Science Teaching, p. 205 - 220, 1989.

GALLEGUILLOS, Jeannette; RIBEIRO, Miguel M. Prospective mathematics teachers' interpretative knowledge: focus on the provided feedback. In: Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Freudenthal Group; Freudenthal Institute; ERME, 2019.

RIBEIRO, Miguel; ALMEIDA, Alessandra; MELLONE, Maria. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1 - 32, 2021.

RIBEIRO, Miguel; CARRILLO, José; MONTEIRO, Rute. Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 15, n. 1, p. 93-121, 2012.