Propriedades e comportamento de estrelas de nêutrons e/ou quarks através da deformabilidade de maré e a geração de ondas gravitacionais

Palavras-Chave: Ondas Gravitacionais, Estrelas de Nêutrons, Deformabilidade de Maré

Autores:

Arthur Felipe Cavalcante De Souza Mello, IFGW – UNICAMP

Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira (orientador), IMECC – UNICAMP

INTRODUÇÃO:

Objetos compactos são corpos celestes massivos e extremamente densos, criados quando uma estrela normal consome todo o seu combustível. Existem três tipos de objetos compactos, os buracos negros, as anãs brancas e as estrelas de nêutrons, os quais divergem quanto a sua formação, dependendo do tamanho da estrela original.

Como o funcionamento desses corpos ainda não é completamente entendido pela física e pela astronomia atual, esse projeto de Iniciação Científica visa entender melhor o comportamento excepcionalmente de estrelas de nêutrons em densidades extremas, sendo as densidades superiores a necessária para ter o gotejamento de nêutrons, com ou sem a presença de matéria exótica. Foi utilizado o livro: *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects* [1], escrito por Stuart L. Shapiro e Saul A. Teukolsky como base para essa pesquisa, apresentando algumas equações de estado e possíveis formas de geração de ondas gravitacionais também levando em consideração o parâmetro de deformabilidade de maré e as relações de I-Love-Q.

METODOLOGIA:

Primeiro foram estudados os capítulos 1, 2, 5 e 8, de [1] sendo os conceitos básicos para entender os capítulos 9 e 16, e artigos referentes ao parâmetro de maré [2, 3]. Vamos focar nos capítulos 2 e 8, que apresentam equações de estado para densidades abaixo do gotejamento de nêutrons, no capítulo 9, referente a caracterização das estrelas de nêutrons considerando a relatividade geral e as equações Oppenheimer-Volkoff, e no capítulo 16, explicando a geração e o fenômeno das ondas gravitacionais. Por fim, utilizando os artigos *Equation-of-State Insensitive Relations After GW170817* [2] e *Neutron-star tidal deformability and equation-of-state constraints* [3] estudamos a importância de considerar a deformabilidade de maré e sua relação com as equações de Love em diferentes tipos de sistema binário.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

As três primeiras Equações de Estado apresentadas serão para densidades inferiores a necessária para o gotejamento de nêutrons, capítulo 2 de [1]. As seguintes serão para densidades superiores, capítulos 8 e 9 de [1].

1) Gás Ideal Completamente Degenerado

Seja uma estrela de nêutrons isolada com somente férmions ideais a temperatura $T=0\ K$ em seu interior. Desconsideramos as interações eletrostáticas, de modo que consideramos o seu interior como um gás ideal. A partir das definições relacionadas a temperatura T, a pressão P, o potencial químico μ_i para cada espécie i contida no gás e a definição do Momento de Fermi p_F partindo da Energia de Fermi, podemos escrever a Equação de Estado na forma politrópica:

$$P = K\rho_0^{\Gamma}. \tag{1}$$

Com K e Γ constantes com dependência do limite não-relativístico ou do extremamente relativístico, sendo Γ o índice adiabático e ρ_0 a densidade.

2) Harrison-Wheeler (HW)

Leva em conta o decaimento inverso β com elétrons relativísticos no equilíbrio termodinâmico e corrige as interações eletrostáticas. Obtemos a densidade total de energia considerando as densidades de energia dos elétrons e nêutrons livres e do núcleo: $$\varepsilon = n_N M(A,\ Z) + \varepsilon'_e\left(n_e\right) + \varepsilon_n\left(n_n\right). \quad (2)$$

$M(A,\ Z)$ é uma fórmula de massa semi-empírica e os índices *e* e *n* são em relação aos elétrons e aos nêutrons.

Nesse caso, as interações eletrostáticas consideram a Energia de Coulomb (soma das energias de interação entre elétrons e íons ou dois elétrons). Desse ponto, é necessário minimizar a energia, fazendo a derivada parcial entre a densidade de energia e: o número atômico Z, a massa atômica A e a concentração em cada espécie de partículas. Logo, temos as equações da Equação de Estado HW:

$$\rho = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{n_e M(A, Z)/Z + \varepsilon'_e + \varepsilon_n}{c^2}; \qquad P = P_e + P_n; \qquad n = n_e \frac{A}{Z} + n_n; \quad (3)$$

3) Baym-Pethick-Sutherland (BPS)

Com *T=0K*, considera a energia de rede ε_L influenciando no equilíbrio da composição, sendo necessário corrigir a pressão feita pelos elétrons. Assim, adicionamos ε_L a (2). Considerando a definição de pressão e minimizando ε em respeito a Z e A , temos uma relação entre a pressão e a densidade da energia de rede $P_L = \varepsilon_L/3$. Por causa de descontinuidades ocasionadas pela transição de fase na densidade numérica bariônica, é conveniente usar a energia livre de Gibbs g para obter BPS.

$$g = \frac{\varepsilon + P}{n} = \frac{M(A, Z) + ZE_{F_e} + \frac{4}{3}Z\varepsilon_L/n_e}{A}. \quad (4)$$

4) Baym-Bethe-Pethick (BBP)

Incrementa a aplicação da energia de rede e usa um diferente tipo de fórmula de massa. Há três pontos importantes, com o aumento da densidade, o interior da estrela se aproxima de um gás de nêutrons então é acrescentada uma energia *W(k, x)* referentes às interações nêutron-nêutron, com *k* vindo da definição de densidade numérica e $x = Z/A$. Assim, a matéria interna do núcleo é a mesma da externa.

Logo, vamos minimizar a densidade de energia em relação a *A* e em relação a *Z*, considerando também a mudança no decaimento-β para estar no equilíbrio. Por fim, temos um balanceamento da pressão entre o gás de nêutrons e o núcleo. Logo, vemos que a BBP se comporta como a HW, porém admite valores um pouco menores de pressão conforme o aumento da densidade.

5) Bethe-Johnson (BJ)

Utiliza cálculo variacional e gera dois tipos de equações de estado separadas, a primeira com somente nêutrons na matéria e a segunda com a existência de matéria exótica. A BJ utiliza a soma de funções Yukawa ajustando seus coeficientes experimentalmente. Considerando o núcleo repulsivo no cálculo, é utilizado o iso-escalar ω sendo o vetor méson de massa mais forte dos núcleos. Fazendo com que esse núcleo repulsivo não dependa do isospin do sistema NN.

As equações de BJ são *stiffer*, "mais rígidas", e mais densas do que as outras, significando que a matéria suporta mais pressão sem ter uma compactação significativa. Assim, temos as seguintes equações para BJ para uma matéria apenas de nêutrons:

$$\frac{\varepsilon}{n} = W(k, 0) + m_n c^2 \text{ com } W(k, 0) = 236 n^a\ MeV/partícula; \quad (5)$$

$$P = 364 n^{a+1}\ MeV\, fm^{-3};\ c_s^2 = \frac{n^a}{1{,}01 + 0{,}648 n^a} c^2; \text{ Com } a = 1,54 \text{ e } 0{,}1 \leq n \leq 3\ fm^{-3} \quad (6)$$

Considerando a matéria exótica, temos que os nêutrons, ainda assim, continuam sendo dominantes dentro da estrela. Logo, após a mistura chegar no equilíbrio químico, não temos muitas diferenças entre as equações com apenas nêutrons.

Incertezas Teóricas

1) Densidades Extremas

Densidades maiores que 10 vezes a densidade nuclear. Não se utiliza as forças de interação entre dois corpos, pois há a sobreposição de nuvens de mésons impossibilitando escrever as equações em termos de potenciais. Apresentamos duas formas de cálculo com divergências:

1º) Com uma lagrangiana relativística, o vetor ω e o fato de que temos os potenciais Yukawa no limite não relativístico. Chegamos ao resultado de Zeldovich, c_s é a velocidade do som: $P \rightarrow \rho c^2,\ c_s \rightarrow c.$ (7)

2º) A partir do modelo de Hagedorn, onde em densidades altas atingimos vários estados de ressonância bariônicas, consideramos que espectro de ressonância de um bárion em um pequeno intervalo de valores de massa seja: $N(m)dm \sim m^a e^{m/m_0} dm$, com $m_0 \simeq 160\ MeV$ e $-\frac{7}{2} \leq a \leq -\frac{5}{2}$. (8)

Integrando (8) com relação a massa *m* de 0 até μ_n, temos o valor de *n* e podemos encontrar a densidade ρ, a pressão *P* e a velocidade do som c_s: $\rho \sim n\mu_n,\ P = \frac{\rho c^2}{ln(\rho/\rho_0)},\ c_s^2 = \frac{\rho c^2}{ln(\rho/\rho_0)}\left[1 - \frac{1}{ln(\rho/\rho_0)}\right]$ (9)

Em $\rho/\rho_0 \rightarrow \infty$ temos $c_s \rightarrow 0$, o oposto do obtido anteriormente. Mas essas duas formas ainda possuem divergências com a realidade, sendo um estudo ainda incompleto.

2) Matéria Exótica - Quarks

Há muitas evidências de que quarks são partículas fundamentais das interações fortes, mas nunca foram diretamente observadas. Assim, com o aumento da densidade, existiria uma variação da fase onde eles iriam começar a se afastar dos nêutrons ("*drip*") constituindo um líquido de fermi degenerado.

As Estrelas de Nêutrons

Agora para densidades superiores a densidade nuclear, $\rho_{nuc} = 2,8 \times 10^{14}\ g\ cm^{-3}$.

Equação de Estado para um gás ideal no domínio nuclear

Sem interações entre as partículas, sendo um gás composto apenas de nêutrons. A partir de estudos de Oppenheimer e Volkoff (OV), com equações de equilíbrio hidrostático levando em conta a relatividade geral, e dada uma densidade central, podemos calcular a massa e o raio de estrelas de nêutron para pequenas densidades e também sua massa máxima:

$$R = 14,64\left(\frac{\rho_c}{10^{15}\ g\ cm^{-3}}\right)^{-1/6} km,\ M = \left(\frac{15,12\ km}{R}\right)^3 M_\odot.\ M_{máx} = 0,7M_\odot,\ R = 9,6\ km,\ \rho_c = 5 \times 10^{15}\ g\ cm^{-3}$$

(10)

Observe que há uma relação entre massa e raio. Aplicando as equações OV em modelos mais realistas, vemos que as Equações de Estado que possuem maiores massas máximas e densidades centrais ρ_c menores permitem que a matéria suporte mais pressão.

Massas das estrelas de nêutrons

Binários de Raios-X

Em um sistema binário com massas M_X e M_O, M_X emite radiação que sofre espalhamento Doppler em M_O observado por um ângulo *i*. Pela terceira lei de Kepler obtemos a função de massa *f*:

$$f_X = \frac{(M_O \sin i)^3}{(M_X + M_O)^2}, \qquad f_O = \frac{(M_X \sin i)^3}{(M_X + M_O)^2}. \qquad (11)$$

Porém, é preciso medir a massa de ambos os corpos, sendo desejável outra forma. Com a medição da massa máxima de corpos celestes pode ser possível identificar os tipos de objetos compactos. Logo, queremos encontrar essa massa sem a dependência das equações de estado.

Ondas Gravitacionais

A relatividade geral diz que as ondas gravitacionais são ondulações do próprio espaço-tempo descritas por duas amplitudes adimensionais h_+ e $h_\times$:
$$h_{jk}^{TT} = h_+ e_{jk}^+ + h_\times e_{jk}^\times. \tag{12}$$
$$e_{xx}^+ = -\ e_{yy}^+ = 1,\ e_{xy}^\times = e_{yx}^\times = 1, \text{ todas as outras componentes são iguais a zero.}$$
h_{jk}^{TT} é o tensor espacial simétrico com a soma da diagonal sendo zero. Isso mostra que a onda gravitacional apenas muda seu formato. Além disso, o tensor de perturbação métrica e_{jk} é diferente da direção de propagação da onda. A relatividade geral diz que partículas na mesma posição possuem a mesma aceleração, quando as ondas gravitacionais colidem com as partículas vemos uma variação de aceleração. Logo, observamos a existência e podemos medir as ondas gravitacionais. Em sistemas binários, a variação da aceleração leva a variação do período.

Formas de gerar Ondas Gravitacionais:

a) Sistemas binários

Sejam duas massas pontuais com uma órbita circular, calculamos o momento angular:
$$L_{GW} = \frac{32}{5}\frac{G^4}{c^5}\frac{M^3\mu^2}{a^5}. \tag{13}$$
Com *a* sendo a soma das distâncias até o centro de massa para cada corpo e μ a massa reduzida.

Usando Kepler III, calculamos a energia que se transforma em radiação gravitacional e gera a variação no período orbital:
$$E = -\frac{1}{2}\frac{G\mu M}{a};. \qquad \frac{1}{P}\frac{dP}{dt} = -\frac{96}{5}\frac{G^3}{c^5}\frac{M^2\mu}{a^4}. \tag{14}$$

b) Pulsares

Estrelas de Nêutrons emissoras de pulsos de radiação eletromagnética devido a sua rotação. Considerando um pulsar binário inclinado em *i* rad, temos uma variação entre o pulsar emitido e o recebido. Tratando o termo Doppler de segunda ordem, temos a seguinte aceleração angular:
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{6\pi G M_2}{a_1\left(1 - e^2\right) P c^2}. \tag{15}$$
E, com isso,o seu período orbital, demonstrando a existência das ondas gravitacionais.

c) Rotação

Para a rotação gerar ondas gravitacionais é preciso ter diferentes momentos de inércia pelos eixos ou que o eixo de rotação não seja o de simetria sendo uma variação no momento de quadrupolo. No primeiro caso, consideramos a diagonalização do tensor momento de inércia *I*. Logo, podemos calcular a variação de energia em pequenos ângulos com Ω uma constante e ε a excentricidade da elipse:
$$\frac{dE}{dt} = -\frac{32}{5}\frac{G}{c^5}I_3^2\varepsilon^2\Omega^6. \tag{16}$$
No segundo caso, aplicamos uma matriz de rotação usando os ângulos de Euler e encontramos a taxa de energia E pelo tempo para pequenas oscilações:
$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2}{5}\frac{G}{c^5}\left(I_1 - I_2\right)^2\Omega^6\theta^2. \tag{17}$$
A variação da energia negativa descreve perdas de energia, ocasionadas pela emissão de ondas gravitacionais. Somando as duas variações de energia, temos o caso geral.

d) Colisões

Considerando duas partículas pontuais contidas no eixo x, calculamos a variação da energia e integramos entre o tempo final e inicial:
$$\Delta E = \frac{2}{105}\frac{c^2\mu^2}{M}. \tag{18}$$
Computacionalmente, Eppley e Smarr encontraram a seguinte variação usando as equações de Einstein:
$$\Delta E = 0,0012\, Mc^2. \tag{19}$$

e) Deformabilidade de maré e relações de Love

Em colapsos de objetos compactos não esféricos ocorre a formação de ondas gravitacionais, observadas pela primeira vez em 17/08/17 devido a fusão de duas estrelas de nêutrons, esse sinal ficou conhecido como GW170817. Uma das condições para a deformação da esfericidade da estrela é a deformabilidade de maré. Em um sistema binário temos uma estrela interagindo na outra influenciando no fluido interno e achatando seus polos.

A deformabilidade de maré λ é relacionada à deformação da estrela por um campo externo. Sendo diretamente proporcional ao valor de quadrupolo induzido, onde k_2 é o número de love relacionado a esse momento, esse parâmetro afeta o sinal captado variando sua amplitude e fase, foi cogitado que poderíamos ter uma relação entre massa e raio utilizando a deformabilidade de maré:

$$\lambda = \frac{2}{3} k_2 R^5. \tag{20}$$

Dividindo pela quinta potência da massa, definimos Λ como a deformabilidade de maré adimensional:

$$\Lambda \equiv \frac{\lambda}{m^5} = \frac{2}{3} k_2 C^{-5}, C \equiv \frac{m}{R}. \tag{21}$$

Em que C é chamado de compactação.

Yagi e Yunes chegaram em relações simétricas e assimétricas em um sistema binário, com λ_1 e λ_2, chamadas de relações binárias de Love:

$$\Lambda_s = \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{2}, \Lambda_a = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}. \tag{22}$$

Utilizando valores adimensionais de o momento de inércia $\bar{I} = I / M^3$ e o momento de quadrupolo $\bar{Q} = Q / M^3$., temos:

$$\bar{I} = K_{\bar{I}\Lambda}\Lambda^{2/5}, \quad \bar{Q} = K_{\bar{Q}\Lambda}\Lambda^{1/5} \rightarrow \bar{I} = K_{\bar{I}\bar{Q}}\bar{Q}^2. \tag{23}$$

As constantes de proporcionalidades se originam a partir de relações logarítmicas entre os momentos de inércia e quadrupolo.

Logo, é possível aplicar as relações entre o momento de inércia, o momento de quadrupolo e as equações binárias de Love em diversas Equações de Estado, sendo possível relacionar o raio e a massa de estrelas de nêutrons utilizando o parâmetro de deformabilidade de maré.

CONCLUSÕES:

Com esse estudo, foi possível compreender melhor o funcionamento de estrelas de nêutrons, apresentando diferentes equações de estado tanto para baixas densidades como para densidades extremas. Além disso, foi demonstrada a existência de ondas gravitacionais geradas por sistemas binários em diferentes configurações utilizando parâmetros como a deformabilidade de maré e as relações de Love. Com a medição do sinal GW170817, é perceptível a importância em considerar esses parâmetros para descrever a geração de ondas gravitacionais, possibilitando caracterizar melhor o raio e a massa de estrelas de nêutrons e, dessa forma, estender a conhecimento nessa área da física.

BIBLIOGRAFIA:

1. S. Shapiro and S. Teukolsky, Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects, Wiley, 1983.
2. Carson, Zack, Carl-Johan Haster, Kent Yagi, e Nicolás Yunes. "Equation-of-State Insensitive Relations After GW170817", 2019. https://doi.org/10.1103/physrevd.99.083016.
3. Chatziioannou, K. Neutron-star tidal deformability and equation-of-state constraints. Gen Relativ Gravit 52, 109 (2020). https://doi.org/10.1007/s10714-020-02754-3.