



Projeção Mercator: ortodromias e loxodromias

Palavras-Chave: GEOMETRIA APLICADA, CARTOGRAFIA, INTERDISCIPLINARIDADE

Autores:

Gabriel Cypreste Menezes, DMA – IMECC

Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos (orientador), DMA – IMECC

INTRODUÇÃO:

Na era do avanço tecnológico acelerado e da assimilação quase natural de inovações, frequentemente nos deparamos com a aceitação automática das ferramentas modernas, sem refletir sobre as transformações profundas que elas implicaram. A aceitação dessa revolução, muitas vezes inconsciente, esconde a riqueza dos processos que moldaram nosso conhecimento contemporâneo. Este trabalho explora um marco crucial na evolução das ciências geográficas e matemáticas: a projeção de Mercator. Este método não apenas influenciou a cartografia e a navegação, mas também se tornou elemento fundamental na globalização e no desenvolvimento das trocas culturais e comerciais entre as nações.

O foco inicial está na análise dos impactos dessa ferramenta desenvolvida por Gerhard Kremmer (cujo nome foi latinizado para Gerardus Mercator), uma inovação que revolucionou a forma como entendemos e navegamos pelo mundo. O berço desta técnica na cartografia se deu em um período chamado de grandes navegações, marcado por expansões marítimas e incessantes descobertas, quando a demanda por novos métodos de velejar se tornou vital. A proposta deste estudo é reconstruir a trajetória da projeção de Mercator, examinando suas origens históricas e matemáticas e os efeitos duradouros que gerou.

METODOLOGIA:

Para entender o impacto desse método de projeção, adotou-se uma abordagem multidisciplinar que combina análise geométrica, contextualização histórica e discussão crítica. Primeiramente, foi feita uma revisão dos conceitos matemáticos subjacentes à projeção cilíndrica conforme elaborada por Mercator, que transforma a superfície esférica da Terra em um plano. Em seguida, foi incluída a inspeção das propriedades da projeção e suas implicações na navegação, utilizando diferenciais e cálculos algébricos.

A pesquisa também abordou a evolução do entendimento sobre loxodromias e ortodromias — rotas de constante ângulo com os meridianos e os percursos mais curtos entre dois pontos na esfera terrestre, respectivamente —, destacando as distorções e suas implicações para a navegação e a cartografia. Examinar o desenvolvimento e a implementação das técnicas de projeção através de textos históricos e trabalhos acadêmicos forneceu uma compreensão mais profunda do contexto em que o mapa-múndi mais famoso surgiu.

RESULTADOS:

Para descrever a técnica em pauta, deve-se considerar a transformação matemática que envolve a projeção cilíndrica conforme. Nessa projeção, os meridianos e paralelos são representados como linhas retas. Na esfera, os meridianos são paralelos entre si, e perpendiculares aos paralelos. Para manter essa propriedade, de forma em que os ângulos entre as linhas de rumo (loxodromias) e os meridianos sejam conservados, o modelo cilíndrico faz com que, tanto os meridianos quanto os paralelos assumam formatos de segmentos de retas igualmente espaçados entre os seus, resultando em uma projeção conforme. Como resultado os comprimentos dos paralelos são multiplicados pela secante da latitude φ , logo, o comprimento ϕ dos meridianos no mapa será:

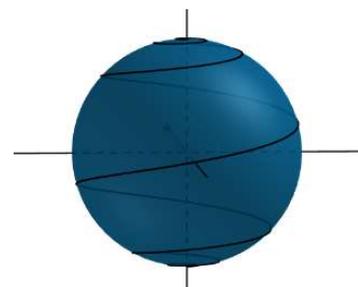
$$\phi(\varphi) = \int_0^\varphi \sec \varphi \, d\varphi = \ln|\sec \varphi + \tan \varphi|$$

A partir dessa conclusão, e considerando um ângulo α entre as linhas de rumo e os meridianos, é possível calcular a razão entre as distâncias medidas no mapa e a extensão real das loxodromias; sendo esta:

$$\left| \frac{\Delta \ln|\sec \varphi + \tan \varphi|}{\Delta \varphi} \right|$$

É válido ressaltar como essa fração depende unicamente de $\Delta \varphi$, fato que se mantém mesmo quando a variação de latitude for nula, pois esse caso recai no comprimento dos paralelos. De maneira similar, parametriza-se as curvas loxodrômicas, assim permitindo visualizar seu formato. Sendo θ a longitude de determinado ponto, temos:

$$\begin{cases} x = \sin \theta \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1}(e^{-\theta \cot \alpha}) \right) = \sin \theta \operatorname{sech}(\theta \cot \alpha) \\ y = -\cos \theta \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1}(e^{-\theta \cot \alpha}) \right) = -\cos \theta \operatorname{sech}(\theta \cot \alpha) \\ z = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1}(e^{-\theta \cot \alpha}) \right) = \tanh(\theta \cot \alpha) \end{cases}$$



Para fazer o mesmo com as ortodromias o processo se torna muito mais complexo, de forma que não cabe a esse resumo mergulhar sobre suas equações. Partindo das extensões de loxodromias e ortodromias, relaciona-se a razão entre elas como uma função de 4 variáveis que, dentro de todo o domínio para os pares de latitude e longitude, sempre é maior que 2,5. Dessa forma, os trajetos pelas linhas de rumo demoravam mais de 150% do que pelos círculos máximos definidos entre quaisquer dois pontos do globo.

DISCUSSÃO:

Os resultados demonstram que a projeção de Mercator, introduzida em 1569, foi uma solução inovadora para a navegação marítima ao transformar as curvas complexas das rotas loxodrômicas em linhas retas simples no mapa. Essa técnica facilitou a navegação ao permitir que os marinheiros traçassem rotas de ângulo constante com os meridianos, simplificando significativamente o planejamento das viagens. As distâncias introduzidas foram quantificadas comparando-se as loxodrômicas e ortodrômicas, mostrando que viagens baseadas em linhas de rumo eram, de fato, significativamente mais longas do que as ortodrômicas. A pesquisa também abordou a dificuldade dos marinheiros da época em lidar com as complexidades matemáticas e a importância do trabalho de Edward Wright, que posteriormente descreveu a formulação desses instrumentos com maior clareza.

No entanto, a projeção também introduziu distorções notáveis nas áreas e distâncias representadas nos mapas. As regiões distantes do equador são exageradas em tamanho, o que pode levar a erros substanciais em análises geográficas e na concepção populacional sobre as reais dimensionalidades do planeta. A tabela a seguir relaciona o quanto as áreas das zonas esféricas contidas entre os paralelos de latitude máxima e mínima dos países (considerando apenas as partes continentais) é expandida na projeção cilíndrica conforme.

País	Ponto mais setentrional	Ponto mais meridional	Taxa de ampliação
Brasil	05,27° N	33,08° S	10%
China	53,06° N	18,17° S	59%
Estados Unidos da América	49,38° N	24,52° N	61%
França	51,08° N	42,33° N	114%
Finlândia	70,08° N	59,80° N	466%
Gabão	02,32° N	03,98° S	0%
Nova Zelândia	29,17° S	46,67° S	63%

O impacto histórico da projeção de Mercator foi profundo. Sua introdução facilitou a navegação marítima, contribuindo para o intercâmbio cultural, embora também tenha ajudado a perpetuar a visão eurocêntrica do mundo. Assim, o estudo explorou a maneira que esse recurso continua a moldar a percepção geográfica até hoje, revelando como as potências coloniais influenciaram a escolha do meridiano de Greenwich e a disseminação do instrumento de estudo dessa pesquisa. A recente produção

de mapas conservando áreas ou centrados em outras regiões, como o mapa-múndi centrado no Brasil pelo IBGE, demonstra uma tentativa de desafiar e diversificar essas convenções estabelecidas.



Além disso, a análise da projeção de Mercator se estende além da matemática e da cartografia, tocando questões culturais e políticas. O estudo das diferenças nas direções de oração em religiões como o judaísmo e o islamismo, caso baseadas em itinerários distintos, é um exemplo que destaca como a matemática pode impactar aspectos tão humanos.

CONCLUSÕES:

Apesar de suas limitações e distorções, o Mapa Mercator desempenhou papel crucial na história da cartografia e na exploração dos mares. Sua capacidade de transformar as rotas de navegação em linhas retas facilitou a exploração marítima e o comércio global, moldando a geografia política e econômica do mundo moderno. No entanto, as distorções introduzidas também ressaltam a necessidade de uma visão crítica sobre as representações cartográficas e suas implicações para a compreensão e o planejamento global.

A pesquisa reforça a importância de considerar tanto os benefícios quanto as limitações das ferramentas científicas e tecnológicas, lembrando-nos de que mesmo inovações revolucionárias podem ter consequências imprevistas. O trabalho de Kremmer, ao lançar uma nova lente para a visão do mundo, também exemplifica a comunicação entre ciência, tecnologia e cultura, mostrando como as escolhas científicas são moldadas por e moldam as dinâmicas sociopolíticas. Portanto, a discussão contínua sobre as projeções cartográficas e suas implicações destaca a necessidade de uma abordagem multidisciplinar e crítica para a ciência e a matemática no mundo contemporâneo, pois, diante de um período de especialização extrema, largamos as interseções aos cais e permitimo-nos ignorá-las.

Talvez, o reencontro com o fazer ciência ocorra quando abraçarmos as diferenças e aprendermos a usá-las para escavar o que um só não seria capaz de fazer. Talvez, no amanhã, a diversidade possa ser fonte para o resgate ao valor da ciência. Talvez, as nossas antigas inovações nos digam que o amanhã pode ser hoje.

BIBLIOGRAFIA

ÁVILA, Geraldo. **Cálculo das funções de uma variável**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2003.

SACHS, Jerome. A Curious Mixture of Maps, Dates, and Names. *Mathematics Magazine*, nº3, vol. 60. 1987.

RICKEY, Vincent; TUCHINSKY, Philip. An Application of Geography to Mathematics: History of the Integral of the Secant. *Mathematics Magazine*, nº 3, vol. 53. 1980.

ALEXANDER, James. A Rhumb Way to Go. *Mathematics Magazine*, nº 5, vol. 77. 2004.

SCHECHTER, Murray. Which Way is Jerusalem? Navigating on a Spheroid. *The College Mathematics Journal*, nº 2, vol. 38. 2007.

NORD, Jhon; MILLER, Edward. Mercator's Rhumb Lines: A Multivariable Application of Arc Length. *The College Mathematics Journal*, nº 5, vol. 27. 1996.