



UNICAMP



# CONCEITOS DE INTERESSE EM ELETRODINÂMICA RELATIVISTA

**Palavras-Chave:** ELETRODINÂMICA, RELATIVIDADE, FARADAY

**Autores(as):**

**LEANDRO SANTOS NUNES, IGCE – UNESP**

**Prof. Dr. LUIZ ANTONIO BARREIRO (orientador), IGCE - UNESP**

---

## INTRODUÇÃO:

O eletromagnetismo e sua construção teórica possui enorme importância em nossa sociedade, pois usamos energia elétrica (além tecnologias provenientes do eletromagnetismo como um todo) tanto em aparatos comuns como relógios, nossas casas até equipamentos complexos de interesse industrial e tecnológico.

No presente trabalho mostramos aspectos de grande interesse no que tange o eletromagnetismo e a relatividade. Partimos das transformações clássicas para referenciais inerciais, as de Galileu e sua falha. Em seguida falamos das transformações corretas entre referenciais inerciais, ou seja, as transformações de Lorentz.

Mostramos então as equações de Maxwell e chegamos em suas formas covariantes. Junto disso chegamos ao tensor de campo eletromagnético e falamos da importância de tais formulações no que trata da teoria de campos.

No que tange a parte experimental tratamos da experiência de Faraday a qual é extremamente ilustrativa, pertinente e importante na concepção e ideias elaboradas nesse trabalho.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Iremos tratar do tema desse trabalho a partir de conceitos e resultados teóricos e experimentais de forma a elucidar e ilustrar todos os aspectos tratados aqui.

As transformações de Galileu na forma compacta são dadas da seguinte forma,

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}' &= \vec{r} - \vec{V} \cdot t \\ t' &= t \end{aligned} \right\} (1).$$

A partir disso iremos tratar da falha dela (velocidade da luz não ser uma constante). Então, temos as transformações de Lorentz da maneira mais geral (uso do teorema de Helmholtz),

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}'_{\perp} &= \vec{r}_{\perp} \\ \vec{r}'_{\parallel} &= \gamma \cdot (\vec{r}_{\parallel} - \vec{\beta} ct) \\ ct' &= \gamma \cdot (ct - \vec{\beta} \cdot \vec{r}_{\parallel}) \end{aligned} \right\} (2)$$

e seguiremos falando das equações de Maxwell, as quais em seu interior são compatíveis com a relatividade restrita. Na forma diferencial elas são dadas por,

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) &= \frac{\rho}{\epsilon_0} && \text{(Lei de Gauss)} \\ \nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0 && \text{(Não existência de monopolos magnéticos)} \\ \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} &= 0 && \text{(Lei de Faraday)} \\ \nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) &= \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) && \text{(Lei de Ampère – Maxwell)} \end{aligned} \right\} (3).$$

A partir das leis de Maxwell seguimos usando algumas características delas de forma a encontrar os quadripotenciais escalar e vetorial e a partir disso encontrar suas formas covariantes.

O tensor de campo eletromagnético é dado por,

$$F_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x/c \\ -B_z & 0 & -B_x & -iE_y/c \\ B_y & B_x & 0 & -iE_z/c \\ iE_x/c & iE_y/c & iE_z/c & 0 \end{bmatrix} (4)$$

de forma que as leis de Maxwell não homogêneas são dadas por,

$$\partial_\nu F_{\mu\nu} = \mu_0 j_\mu (5).$$

O tensor dual é escrito como,

$$G_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -E_z/c & E_y/c & -iB_x \\ E_z/c & 0 & -E_x/c & -iB_y \\ -E_y/c & E_x/c & 0 & -iB_z \\ iB_x & iB_y & iB_z & 0 \end{bmatrix} (6)$$

de forma que as equações homogêneas de Maxwell podem ser escritas como,

$$\partial_\nu G_{\mu\nu} = 0 (7).$$

Neste aspecto tratamos também da forma de encarar a eletricidade e o magnetismo como fenômenos correlacionados e não mais separados e distantes.

No que se refere a experiência de Faraday a qual abaixo temos sua ilustração,

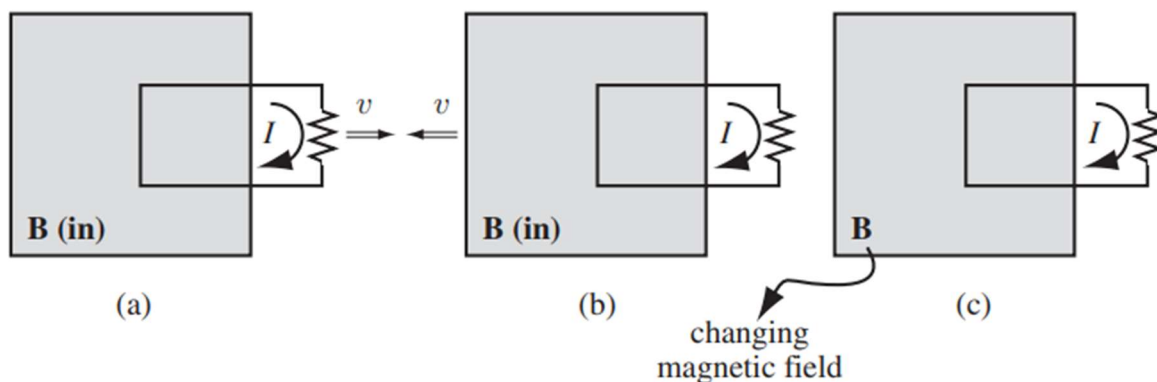


Figura 1 - Ilustração do experimento - fonte: GRIFFITHS, David J David Jeffrey, Heloísa Coimbra de Souza, e Antonio Manoel Mansanares. *Eletrodinâmica*. 3. ed. - São Paulo: Pearson Addison, 2011. Print. p. 209.

temos dois modos de analisar a situação dada na figura 1:

- Na situação em (a) temos o surgimento de uma força eletromotriz na espira devido ao movimento dela em relação ao ímã, e essa é dada por,

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (10)$$

- Na situação em (b) temos o surgimento de uma força de Lorentz na espira devido ao movimento do ímã relativo a ela, e dada por,

$$F = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (9)$$

entretanto, o aspecto interessante é o de que independente do referencial tomado (seja em (a) ou (b)) a corrente  $I$  é conservada,

$$I = \frac{1}{R} \int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{R} \int_c (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (10).$$

Esse é um resultado surpreendente à primeira vista pois dado o diferente tratamento matemático poderíamos esperar resultados diferentes, entretanto experimentalmente sabemos que a corrente é a mesma em ambos os referenciais.

## CONCLUSÕES:

Podemos ver como o eletromagnetismo em sua formulação clássica já era compatível com a relatividade restrita de Einstein. A partir das leis de Maxwell na forma covariante e da obtenção do tensor de campo eletromagnético e do seu dual conseguimos ver como a eletricidade e o magnetismo podem ser pensados como um ente único, tal que suas quantidades estão inter-conectadas.

Na experiência de Faraday elucidamos como tratamos matematicamente de forma diferente a situação descrita em (a) – na qual há o surgimento de uma força eletromotriz na espira, da situação descrita em (b) – surgimento de uma força de Lorentz na espira, porém obtemos o mesmo resultado para a corrente gerada no selenóide (circuito).

## **BIBLIOGRAFIA**

NUNES, Leandro S. **Eletrodinâmica de Einstein: aspectos teóricos e experimentais**. Trabalho de Conclusão de Curso. Rio Claro. Repositório Institucional da Unesp, <https://hdl.handle.net/11449/251919>. Acesso em 01 de agosto 2024.

BARREIRO, Luiz A. **Apostila de Relatividade Restrita e Geral**. Notas de Aulas. Rio Claro. 2024

GRIFFITHS, David J David Jeffrey, Heloísa Coimbra de Souza, e Antonio Manoel Mansanares. **Eletrodinâmica**. 3. ed.-. São Paulo: Pearson Addison, 2011. Print

ZANGWILL, Andrew. **Modern Electrodynamics**. Cambridge University Press, 2012.