



A GEOMETRIA DAS CONSTRUÇÕES DE PLANTA OCTOGONAL DA ANTIGUIDADE: FORMA, TRAÇADO E SIGNIFICADO

Palavras-Chave: DELINEAMENTO; PLANTA OCTOGONAL; ESTACA E CORDA.

Autores(as):

CAROLINA MAGALHÃES CARROZZO, FECFAU – UNICAMP

Prof. Dr. DANIEL DE CARVALHO MOREIRA (orientador), FECFAU – UNICAMP

INTRODUÇÃO:

É possível remontar à origem da matemática como resposta associada a uma necessidade prática, advinda da demanda por medir uma propriedade ou do dever de contar o número de cabeças de um rebanho (STRATHERN, 1998; LAUNAY, 2021). A matemática como teoria, tal qual a conhecemos hoje, nasce de um processo de abstração a partir da observação do real, do material e do ritual. Fossa (2013) nota que a matemática, a agrimensura e a teologia eram comumente associadas no pensamento antigo e Seidenberg (1961) aponta para a ritualidade relacionada a essa ciência. Segundo ele, a geometria envolvida na construção de templos e o esticar de cordas (passo essencial em preparação ao erguimento de um monumento, cerne do processo de delineamento) eram rituais.

Por “delineamento” entende-se a marcação no chão das linhas e pontos principais necessários para assegurar que um edifício seja construído de acordo com o projeto. Tal marcação deve ser feita de maneira semi-permanente e fora dos limites a serem cobertos pela construção; caso contrário, poderá vir a se perder, ser obstruída ou destruída durante o processo, antes mesmo de ter cumprido sua função (WRIGHT, 2000). A característica intrinsecamente transitória do delineamento ocasiona a falta de evidências arqueológicas que permitam estudar seu processo de constituição de maneira profunda e precisa (YEOMANS, 2011).

Para entender os princípios geométricos aplicados em edifícios da Antiguidade deve se levar em consideração o processo de delineamento e suas restrições. Caso se olhe apenas para a forma ou composição geométrica do delineamento, se encontrará um grande número de relações, mas que não necessariamente foram usadas, i.e. se poderá esbarrar em diversas relações epifenomenais. Por essa razão, é importante extrapolar os diagramas geométricos e tentar formar uma sequência lógica de operações práticas feitas no momento da construção (YEOMANS, 2011), tendo sempre em vista a grande escala do empreendimento e a tradição do uso de estaca e corda como os principais instrumentos usados pelos construtores da Antiguidade (SAVVIDES, 2021).

Durante o primeiro semestre de atividades do presente trabalho se buscou compreender teoricamente a origem da matemática e da geometria, sua ritualidade, e quais as possíveis técnicas e processos utilizados para o estabelecimento de um delineamento baseado num diagrama geométrico octogonal. Já durante o segundo semestre, levou-se a cabo uma série de experimentações a fim de colocar em prática os conhecimentos teóricos adquiridos

previamente. A execução das operações, o teste dos instrumentos e a vivência dos processos adicionam uma camada a mais na compreensão do que significa fazer um delineamento, transparecendo as dificuldades e as facilidades tão conhecidas aos construtores da Antiguidade e tão distantes de nós no tempo.

DISCUSSÃO E RESULTADOS:

Todo o processo de estabelecimento das linhas e pontos que compõe o delineamento é feito segundo um conjunto de princípios e preocupações. Esse conjunto diz respeito à orientação, à linha, ao ângulo e ao nível, cada um dos quais é parte essencial para o sucesso da marcação do edifício, seja ele de planta octogonal, como é o caso do presente trabalho, ou não.

Em primeiro lugar, antes de iniciar o delineamento, é necessário determinar qual será o eixo direcional, a orientação da construção. Em edifícios comuns da Antiguidade, principalmente domésticos, a orientação não era rigorosa e poderia ser pré-determinada pela rua ou apenas aproximada de acordo com um desejo expresso pelo morador. Entretanto, a orientação é aspecto fundamental para monumentos religiosos, pois frequentemente adquire significância dentro dos ritos previstos para acontecerem naquele espaço, e deve ser implementada de maneira precisa (WRIGHT, 2000).

A determinação do eixo do edifício pode se dar de acordo com uma orientação astronômica (dado fenômeno em determinada época do ano, e.g. nascer do sol no solstício de verão), com algum elemento da paisagem circundante ou com uma orientação geográfica verdadeira (pontos cardeais). Para o primeiro e segundo casos, é requerido que o monumento esteja localizado em um espaço em que tal fenômeno ou elemento da paisagem seja visível para estabelecer uma visada e marcar o eixo.

O terceiro caso é um pouco mais complicado, pois não há qualquer indício terreno da direção do Norte Verdadeiro. Assim, conta-se com a observação astronômica (seja solar ou sideral) para o estabelecimento do eixo:

Pela astronomia, conhece-se o oriente, o ocidente, o meio-dia, o setentrião, assim como a disposição do céu, o equinócio, o solstício, o curso dos astros; se alguém os desconhecer, não poderá de modo algum compreender o sistema dos relógios (VITRUVIUS POLLIO, 2007, p. 69)

Exatamente, então, pelo uso da astronomia que foi possível encontrar a orientação Norte-Sul de um terreno livre dentro da Unicamp. Conforme orientado por Wright (2000), foi feita a marcação dos pontos em que a sombra de uma estaca, localizada no centro de uma circunferência previamente desenhada, coincide com o raio, tanto no período da manhã, quanto no da tarde. Ao achar a mediatriz do segmento que liga esses dois pontos e ligá-la à estaca central, se obtém o eixo que indica o Norte Verdadeiro, eixo orientador do edifício. A partir dele, qualquer outra orientação pode ser obtida por meio de simples operações com estaca e corda.



Figura 1 – Foto do procedimento feito para encontrar a orientação de um edifício. Vê-se: círculo de cal com uma estaca central, mais duas estacas com as marcações da manhã e da tarde. Fonte: foto autoral.

A corda, como mencionada acima, ou a linha, é instrumento fundamental no canteiro de obras para o estabelecimento do delineamento e geralmente atua em conjunto com as estacas. Launay (2021) aponta que ela é capaz de reunir em si três diferentes instrumentos: a régua, o compasso e o esquadro.

Ao ser esticada entre dois pontos fixos, a corda atua na indicação de uma linha reta (ver figura ao lado) e, quando graduada em intervalos regulares, é capaz de ser utilizada como instrumento de medida, como régua. Durante o processo de construção, as cordas esticadas indicam a direção das paredes da futura edificação e podem se alinhar tanto com suas dimensões internas, quanto com as externas, dependendo de qual aspecto do edifício é entendido como mais importante (JONES, 1989).

A funcionalidade da corda como compasso também é atestada ao fixar-se uma ponta da linha e deixar a outra móvel, tal que girando-a em torno do eixo fixo forme uma circunferência. O resultado dessa aplicação pode ser observado na Fig. 1, em que o círculo de cal foi obtido ao fixar-se uma ponta da corda à estaca central e a outra ponta em um instrumento contendo furos que depositam gradualmente cal no chão, formando um desenho contínuo.

As linhas que delineiam qualquer edifício se interceptam em ângulos específicos, o que requer alguma forma de controle para garantir exatidão. Entretanto, instrumentos “tecnológicos” para a medição precisa de arcos não eram comumente encontrados durante a Antiguidade, o que ocasionou uma limitação dos ângulos utilizados em construção àqueles que pudessem ser facilmente encontrados por métodos geométricos (WRIGHT, 2000). São eles: 30°, 60°, 90° e ocasionalmente 45° ou 135°.

Ângulos retos, em especial, poderiam ser obtidos de diversas maneiras e a bibliografia oferece a descrição de algumas delas. Wright (2000) nota que se chega a 90° por meio da bissetriz de 180° (uma linha reta) e que a utilização do triângulo 3, 4, 5 também era bastante comum (como no método da “corda dos treze nós” (LAUNAY, 2021), em que a corda atua como um esquadro). Inclusive, o uso do Teorema de Pitágoras no estabelecimento de ângulos retos aparece descrito em outras partes do mundo, como na Índia (SEIDENBERG, 1961) e outras combinações de catetos e hipotenusa além de 3, 4 e 5 eram conhecidas e usadas (STRATHERN, 1998). Por fim, ângulos retos também poderiam ser obtidos por intermédio do instrumento greco-romano *groma*. É importante notar, no entanto, que o *groma* era geralmente usado para escalas maiores do que a construção civil, como em agrimensura, não sendo encontrado rotineiramente no canteiro de obras (WRIGHT, 2000).

O estabelecimento de linhas, ângulos e orientação, tendo como principais instrumentos de trabalho a estaca e a corda, deve acontecer sobre uma superfície de um plano horizontal, que servirá de base para a



Figura 2 – Foto do estabelecimento de uma linha reta. As diversas estacas cravadas no terreno obedecem à direção da corda. Fonte: foto autoral.



Figura 3 – Foto do delineamento de um quadrado de 8 metros de lado. Feito baseado nos princípios de linha e ângulo explicitados no texto, sobre uma superfície horizontal. Os lados do quadrado estão orientados para os pontos cardeais. Fonte: foto autoral.

construção. Fazendo uso do conjunto de princípios e preocupações explicitados acima, praticamente qualquer edifício pode ser demarcado com satisfatória precisão.

Plantas octogonais são relativamente simples de se delinear usando construções geométricas elementares e a bibliografia levantada indica três diferentes maneiras de fazê-lo. Wright (2000), por exemplo, sugere que seria necessário inicialmente marcar um lado do octógono com o comprimento e orientação desejados. A partir deste segmento, encontrar um ângulo de 135° (por meio da soma de um ângulo de 90° e de um de 45° , ambos simples de se obter com estaca e corda) em cada extremidade e depois fazer a bissetriz para achar o centro do octógono (e da respectiva circunferência circunscrita). Ao determinar a circunferência, deve-se usar o comprimento do lado já existente para encontrar os próximos vértices.

Outra sugestão de delineamento aparece descrita por Vitruvius (apud YEOMANS, 2011): começa-se fixando o eixo de orientação do edifício e em seguida deveriam ser realizadas sucessivas bissetrizes no ângulo de 180° presente ao centro da construção. Onde as linhas se encontrarem com uma circunferência de diâmetro igual ao pretendido para o edifício, se estabelecem os oito vértices do octógono.

É importante notar que estas duas sugestões, simples de se fazer no papel com régua e compasso, podem apresentar complicações ao se tentar reproduzir em grande escala, usando estaca e corda. Ambas requerem que se estabeleçam uma série de pontos intermediários - o que no canteiro de obras significam estacas devendo ser colocadas apenas para serem sequencialmente retiradas. É importante lembrar que a simplicidade do método é fundamental para que se reduza o número de possíveis erros, o tempo e o esforço necessários (YEOMANS, 2011). Além disso, nos dois métodos as estacas colocadas nos pontos descritos provavelmente seriam removidas ao cavar as fundações.

Visando contornar os problemas descritos acima, Yeomans (2011) propõe um delineamento alternativo: o primeiro passo seria estabelecer o eixo de orientação do edifício e o centro de duas paredes. A partir desses dois pontos, usando o *groma*, se estabelecem outros dois eixos perpendiculares e se marca a distância entre as duas paredes dessa direção. Marcado esse primeiro quadrado, um segundo poderia ser encontrado ao rotacioná-lo em 45° , sendo o eixo central deste correspondente à diagonal do primeiro.

Segundo o autor, feito dessa maneira, os pontos que marcam o delineamento posicionam-se fora da área a ser construída e não ficam ameaçados pela escavação das fundações. A utilização do instrumento *groma* dispensa o traçado de bissetrizes e, apesar de complicado de fazer no papel (pequena escala), esse método configura-se simples de fazer no chão (grande escala).

Entretanto, ao construir e experimentar usar um *groma* no delineamento de um quadrado (Fig. 3), segundo os primeiros passos do método descritos por Yeomans, a autora encontrou dificuldade com o instrumento, que trouxe pouca precisão para o estabelecimento dos ângulos retos. Como já alertado por Wright (2000), o *groma* não

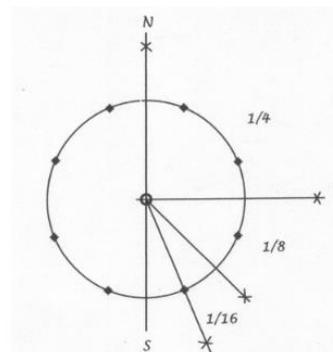


Figura 4 - Método de delineamento de acordo com Vitruvius. Fonte: Yeomans, 2011.

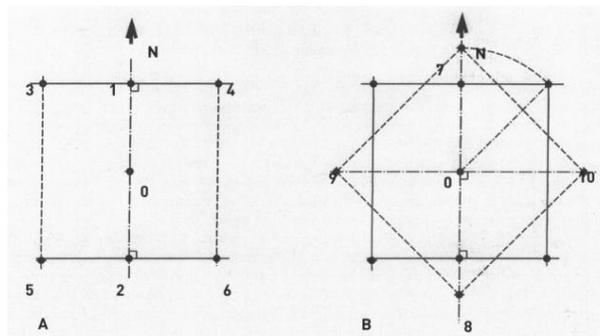


Figura 5 - Método alternativo para fazer o delineamento de um octógono. Números correspondem à possível sequência de estabelecimento de estacas. Fonte: Yeomans, 2011.

é instrumento rotineiro dentro do canteiro de obras, sendo mais adequado para operações de agrimensura, por exemplo, em que a escala é bem maior do que a de um edifício. Por meio de outros experimentos da mesma natureza, concluiu-se que o método mais simples e confiável de estabelecer ângulos retos é por meio da “corda de treze nós”.

Olhando para além do aspecto prático, mas não se distanciando dele, Seidenberg (1961) nota que a construção de templos e o esticar de cordas eram processos rituais, e que a geometria (de círculos e quadrados) envolvida em tal empreendimento deveria ser estudada pelos sacerdotes “pelo mesmo motivo que estudavam as estrelas, ou seja, para conhecer melhor seus deuses”. Addis (2009) complementa-o ao dizer que “a geometria era uma manifestação das regras pelas quais o mundo fora construído” e, por essa razão, tratava-se de conhecimento sagrado.

A geometria octogonal, em específico, apresenta indícios de haver uma significância especial associada. Wright (2000) aponta que edifícios de planta centralizada possuem o eixo vertical como sendo o principal, o que confere aos mesmos um sentido transcendental. Adicionalmente, na arquitetura romana, a forma do octógono simboliza a transição entre o quadrado (terra) e o círculo (céu), e associa-se, assim, às transformações (SAVVIDES, 2021).

BIBLIOGRAFIA

- ADDIS, Bill. **Edificação: 3000 anos de projeto, engenharia e construção**. Tradução de Alexandre Salvaterra. Porto Alegre, RS: Bookman, 2009.
- FOSSA, John A. On Euclid’s first three postulates. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [s. l.], v. 13, n. 26, p. 41–46, 2013.
- FOSSA, John A. Razão e Proporção: a herança antiga. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [s. l.], v. 11, n. 23, p. 01–06, 2011.
- JONES, Mark Wilson. Principles of design in Roman architecture: the setting out of centralized buildings. **Papers of the British School at Rome**, [s. l.], v. 57, p. 106–151, 1989.
- LAUNAY, M. **A fascinante história da matemática: da pré-história aos dias de hoje**. 2ª edição. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021.
- SAVVIDES, Demetrius. The Conceptual Design of the Octagon at Thessaloniki. **Nexus Network Journal**, [s. l.], v. 23, n. 2, p. 395–432, 2021.
- SEIDENBERG, A. The ritual origin of geometry. **Archive for History of Exact Sciences**, [s. l.], v. 1, n. 5, p. 488–527, 1961.
- STRATHERN, P. **Pitágoras e seu teorema em 90 minutos**. 1ª edição. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1998.
- VITRUVIUS POLLIO. **Tratado de arquitetura**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- WRIGHT, G. R. H. **Ancient building technology**. Leiden; Boston: Brill, 2000. (Technology and change in history, v. v. 4, 7).
- YEOMANS, David. The Geometry of a Piece of String. **Architectural History**, [s. l.], v. 54, p. 23–47, 2011.