



Cosmologia: estudo do universo não homogêneo e a sistemática das Medidas da Função de Correlação de Dois Pontos de Galáxias

Luiz Henrique Fonteles Da Silveira-IFGW-UNICAMP
Prof^a.Dra.Flávia Sobreira-IFGW-UNICAMP

Palavras-Chave:Cosmologia,Relatividade,função de correlação de dois pontos

1 Introdução

Mapas de radiação cósmica de fundo (CMB) criados pelo satélite PLANCK indicam que o universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas, no entanto, em escalas abaixo de $100Mpc$ ele possui estruturas não lineares como galáxias, aglomerados de galáxias e outras. Acredita-se que estas estruturas iniciaram através de perturbações quânticas de um campo escalar no período inflacionário e tiveram sua evolução junto com a história de expansão do universo, sendo possível serem observadas pelos grandes telescópios da atualidade.

Com o objetivo de melhor compreender a origem dessas inhomogeneidades, a parte teórica desse projeto teve um enfoque na teoria de perturbação cosmológica, tanto do ponto de vista newtoniano, que só explora o efeito de pequenas perturbações no começo do universo na evolução de estruturas cósmicas, quanto relativístico, que estuda como resolver a equação de Einstein para um universo com perturbações no seu início e como isso afeta a evolução do cosmos como um todo.

Na parte experimental desse projeto daremos continuação ao projeto anterior. Usaremos a distribuição de galáxias para estimar a função de correlação espacial de dois pontos em dados observacionais nos preocupando em como as sistemáticas dos dados afetam as medidas. A análise estatística da distribuição das galáxias no universo nos fornecem informações do conteúdo energético do Universo. No entanto, tal análise se prova extremamente complexa, pois os efeitos da não homogeneidade do universo são em sua maioria, pequenos, o que os fazem difíceis de se detectar sem uma razão entre o sinal e o ruído baixa, ou seja, é necessário ter um bom entendimento das incertezas para que elas sejam minimizadas. Nosso interesse é além de estimar a função de correlação de dois pontos, analisar os erros nas medidas estimando também a matriz de covariância através de diferentes técnicas como, por exemplo, Jackknife ou uma abordagem teórica.

2 Metodologia

A metodologia utilizada na parte teórica desse trabalho consistia em principalmente duas coisas: no estudo de cosmologia com o livro base BAUMANN, Daniel. *Cosmology*, 2022[2] e nas reuniões semanais com a orientadora, que consistiam em uma apresentação simples, que tinha como objetivo expor o que foi estudado de forma a ajudar no processo de aprendizagem, além de servir como uma forma de sanar dúvidas e descobrir possíveis lacunas ou erros no entendimento do conteúdo. No segundo semestre essas reuniões foram substituídas por reuniões com os alunos de mestrado, que também estavam estudando a teoria de perturbação, nas quais nos discutíamos dúvidas teóricas e resolvíamos questões do livro para testar e fixar o conhecimento.

Seguindo essa estrutura, iniciamos nossos estudos pelas perturbações escalares, que se originam como pequenas flutuações na densidade de matéria e energia no universo primordial. Com o passar do tempo, essas perturbações evoluem, tornando-se responsáveis pela formação de galáxias e outras estruturas.

Para equacionar como essas perturbações evoluem no nosso universo com relação ao tempo, começamos com as equações de campo de Einstein no contexto do modelo de FLRW, que descrevem a evolução do universo em grande escala. A partir daí, introduzem-se pequenas perturbações à métrica de fundo e às quantidades físicas, como a densidade de energia e a pressão. As equações de Einstein são então expandidas linearmente em torno dessas pequenas perturbações.

A partir disso chegamos nas seguintes equações: equação de Poisson,

$$\nabla^2\Phi - 3H(\Phi' + H\Psi) = 4\pi G a^2 \delta\rho, \quad (1)$$

sendo (Φ e Ψ) os potenciais gravitacionais que representam a curvatura do espaço-tempo causada pelas perturbações. H a constante de Hubble. G a constante gravitacional. a o fator de escala. δ é o contraste de densidade, que mede a perturbação em relação ao valor médio da densidade. ρ é a densidade. Para obter esta equação, considera-se a componente temporal da equação de Einstein e aplica-se a condição de pequena perturbação, resultando na relação entre o potencial gravitacional Φ e a perturbação da densidade $\delta\rho$.

Equação Tempo-Espaço,

$$-(\Phi' + H\Psi) = 4\pi G a^2 q, \quad (2)$$

sendo q o fluxo de momento que está relacionado ao movimento da matéria devido às perturbações. Esta equação é derivada a partir das componentes mistas (tempo-espaço) da equação de Einstein, envolvendo o fluxo de momento perturbado q .

Equação de Stress Anisotrópico,

$$\Phi - \Psi = 8\pi G a^2 \Pi, \quad (3)$$

sendo Π stress anisotrópico que pode ser negligenciado na ausência de componentes como neutrinos que geram tal stress. Quando não há stress anisotrópico ($\Pi = 0$), simplifica-se para $\Phi = \Psi$. Esta relação é derivada das componentes espaciais da equação de Einstein.

Equação de Evolução,

$$\Phi'' + H\Psi' + 2H\Phi' + \frac{1}{3}\nabla^2(\Psi - \Phi) + (2H' + H^2)\Psi = 4\pi G a^2 \delta\rho, \quad (4)$$

A equação de evolução é obtida considerando as componentes temporais e espaciais das perturbações na equação de Einstein, resultando numa expressão que descreve a evolução temporal do potencial gravitacional.

Simplificações Importantes:

1 Ausência de Stress Anisotrópico

Sem stress anisotrópico ($\Pi = 0$), temos que $\Phi = \Psi$.

2 Equação de Evolução Simplificada

$$\Phi'' + 3H\Phi' + (2H' + H^2)\Phi = 4\pi G a^2 \delta P. \quad (5)$$

Esta forma lembra a equação de Poisson clássica, mas adaptada para escalas cosmológicas e efeitos relativísticos.

Também estudamos os *gauge* "referenciais", pois dependendo do *gauge* escolhido as perturbações mudam, para resolver esse problema podemos trabalhar com grandezas que são combinações de perturbações, sendo assim invariantes sob mudança de *gauge*:

Os potenciais de Bardeen (Φ e Ψ) são usados para descrever o potencial gravitacional em diferentes *gauges*.

O contraste de densidade comoviente Δ é relacionado a Φ por:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G a^2 \rho \Delta$$

Para a parte experimental do nosso estudo fizemos um código em python para calcular a função de correlação. Com essas medidas em mãos, era necessário calcular as incertezas das medições, para isso, foi utilizado o método *jackknife*. O método *jackknife* consiste em dividir os dados em n áreas iguais e refazer a medida n vezes desconsiderando a n -ésima área. Dessa forma, podemos calcular o erro estatístico da medida, mesmo não tendo vários universos para refazer a medida várias vezes para calcular o erro estatístico. Utilizamos os dados do *Data release 16* (DR16) do *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) [8], que fornecia os dados reais e os dados gerados por um processo homogêneo de Poisson [9], necessários para o cálculo da função de correlação.

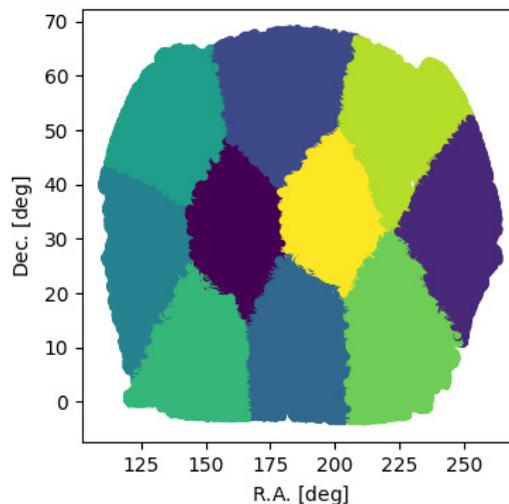


Figura 1: Divisão dos dados em poucas áreas para exemplificar.

3 Resultados

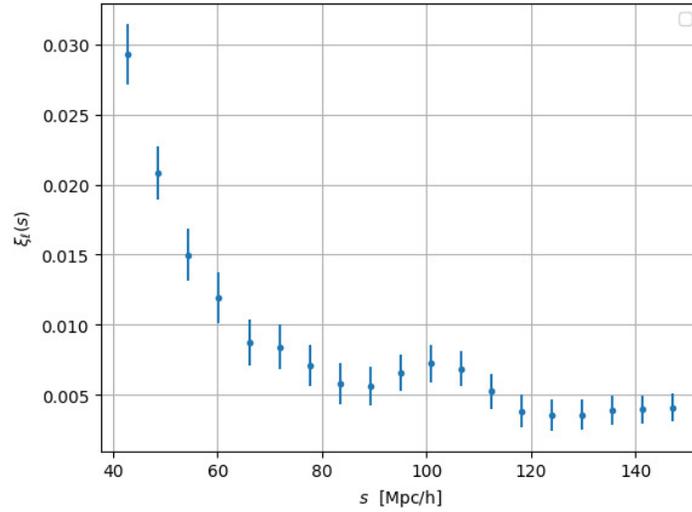


Figura 2: Função de correlação de 2 pontos de galáxias com incerteza calculada pelo método jackknife.

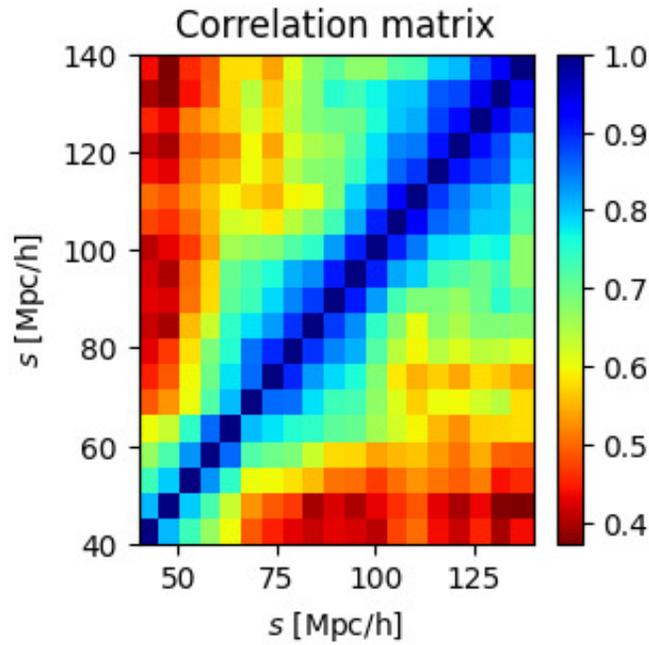


Figura 3: matriz de correlação

4 Discussão

Com todas essas ferramentas em mãos podemos perceber que:

No contexto do modelo cosmológico padrão, as perturbações iniciais crescem devido à instabilidade gravitacional, levando à formação de estruturas como galáxias e aglomerados de galáxias.

No regime linear, a evolução das perturbações pode ser descrita pelas equações de Einstein linearizadas, onde a densidade contrastante cresce proporcionalmente ao fator de crescimento, $D(t)$,

$$\delta(t) = D(t)\delta(t_0), \quad (6)$$

onde $\delta(t)$ é a perturbação da densidade em um tempo t e $\delta(t_0)$ é a perturbação inicial.

A função de transferência $T(k)$ é usada para descrever como as perturbações iniciais são modificadas pelo conteúdo e pela expansão do universo. Para modos de onda com número de onda k ,

$$\delta(k, t) = T(k)D(t)\delta(k, t_0) \quad (7)$$

Em relação aos resultados experimentais, podemos observar que a função de correlação de dois pontos de galáxias teve um resultado satisfatório com um pico BAO(Baryonic acoustic oscillations) bem acentuado e com as incertezas condizentes com outros *papers* que utilizaram métodos similares. Quanto a qualidade das medidas, mensurada pela matriz de correlação, podemos observar que conforme a escala aumenta, maior é a influência dos erros de outras medidas, diminuído a precisão da nossa medição.

5 Conclusões

A partir dos estudos teóricos apresentados neste texto, fomos capazes de melhor entender que, apenas o estudo do universo de acordo com um modelo puramente homogêneo e isotrópico é insuficiente para explicar o surgimento e evolução das estruturas cosmológicas como, por exemplo, as galáxias e aglomerados de galáxias.

Para a parte experimental conseguimos chegar no nosso objetivo de calcular a incerteza do 2PCF com o método jackknife concluindo que nossa incerteza relativa se manteve condizente com outros estudos com esses mesmos dados para todas as escalas de interesse. Apesar de haver escalas mais altas nas quais a qualidade da medida é menor. Não só isso, devido a como o efeito de borda funciona podemos extrapolar para escalas menores que a diferença será menor ainda e que o inverso também é verdade. Ao compararmos nossas conclusões com os outros *papers*, podemos perceber que foi feita uma análise condizente com a realidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]LANDY, Stephen D.; SZALAY, Alexander S. Bias and variance of angular correlation functions. *Astrophysical Journal*, Part 1 (ISSN 0004-637X), vol. 412, no. 1, p. 64-71., v. 412, p. 64-71, 1993.
- [2]BAUMANN, Daniel. *Cosmology*. Cambridge University Press, 2022.
- [3] HAUSER, M. G.; PEEBLES, P. J. E. Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. II. The Abell catalog of rich clusters. *Astrophysical Journal*, Vol. 185, pp. 757-786 (1973), v. 185, p. 757-786, 1973.
- [4]HEWETT, Paul C. The estimation of galaxy angular correlation functions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 201, n. 4, p. 867-883, 1982.
- [5]DAVIS, Marc; PEEBLES, P. J. E. A survey of galaxy redshifts. V-The two-point position and velocity correlations. *Astrophysical Journal*, Part 1 (ISSN 0004-637X), vol. 267, April 15, 1983, p. 465-482., v. 267, p. 465-482, 1983.
- [6]HAMILTON, A. J. S. Toward better ways to measure the galaxy correlation function. *The Astrophysical Journal*, v. 417, p. 19, 1993.
- [7]DES BOURBOUX, Hélión Du Mas et al. Baryon acoustic oscillations from the complete SDSS-III Ly-quasar cross-correlation function at $z= 2.4$. *Astronomy Astrophysics*, v. 608, p. A130, 2017.
- [8]Data release 16,Sloan Digital Sky Survey(SDSS),<https://www.sdss4.org/dr16/spectro/lss>
- [9]MARTINEZ, Vicent J.; SAAR, Enn. *Statistics of the galaxy distribution*. CRC press, 2001.
- [10]KERSCHER, Martin; SZAPUDI, Istvan; SZALAY, Alexander S. A comparison of estimators for the two-point correlation function. *The astrophysical journal*, v. 535, n. 1, p. L13, 2000.