



# Modelagem Matemática e os Processos de Autodepuração de Rios

**Palavras-Chave: POLUIÇÃO HÍDRICA, MODELAGEM MATEMÁTICA, STREETER E PHELPS**

**Autoras:**  
**BIANCA PAIVA GUEDES, FT – UNICAMP**  
**Prof<sup>(a)</sup>. Dr<sup>(a)</sup>. ELAINE CRISTINA CATAPANI POLETTI**  
**(orientadora), FT - UNICAMP**

## 1 Resumo

A autodepuração em meios hídricos é um processo natural, que ocorre em ambientes aquáticos, lênticos e lóticos, e que restabelece a qualidade inicial da água. Porém, com o aumento exponencial da população humana, junto de seus grandes centros urbanos, e com o grande crescimento no setor industrial e agrícola, a demanda e a poluição da água aumentaram.

Assim, com o propósito de avaliar esta capacidade dos recursos hídricos, este estudo voltou-se para o modelo de Streeter e Phelps, com abordagem e resolução do sistema de equações diferenciais, bem como com simulações computacionais e um levantamento bibliográfico de literaturas que discutem a abrangência do modelo e suas possibilidades de aplicações.

## 2 Revisão da Literatura

A água se trata de um recurso finito que os seres vivos necessitam para sobreviver, e apesar da existência do ciclo da água, uma grande quantidade de poluidores presentes em corpos hídricos acaba por sobrecarregar o processo natural de autodepuração. Entre esses poluidores, a matéria orgânica proveniente principalmente de esgotos é um grande influenciador.

Quanto mais matéria orgânica é despejada no meio, maior a Demanda Bioquímica de Oxigênio detectada, e, conseqüentemente, menor a quantidade de Oxigênio Dissolvido disponível [2].

A Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) é uma medida a respeito da matéria orgânica, ela é determinada pela quantidade de oxigênio que é preciso

para que a matéria orgânica seja metabolizada pelas bactérias, ou seja, degradada biologicamente [3]. Dessa forma, a DBO e o OD são variáveis de extrema importância para a compreensão da autodepuração a partir do modelo de Streeter e Phelps.

E apesar dos principais parâmetros de monitoramento da água, a serem observados, sejam a DBO e o OD, esses também são influenciados por diversos outros fatores que interferem na saúde do corpo hídrico. Uma alta temperatura, por exemplo, desfavorece a entrada de gases e favorece a saída, resultando em uma menor concentração de OD. A nitrificação e o aumento na quantidade de fósforo também diminuem o OD no meio e, ainda, outros fatores como pH podem influenciar diretamente os organismos degradadores, prejudicando a autodepuração.

É possível notar que o modelo de Streeter e Phelps depende de algumas informações específicas do corpo hídrico, que são as constantes  $k_d$  e  $k_r$ , coeficientes de desoxigenação e reaeração, respectivamente. Esses valores são propostos por uma medição, baseada em valores médios, e são tabelados, dispostos para a utilização. Eles, basicamente, das características de escoamento e profundidade de um rio [1]. Além dessas duas constantes, o modelo também se baseia na concentração de oxigênio para a saturação ( $C_s$ ), que pode variar dependendo da temperatura e da altitude que o rio se encontra, em geral se considerada uma temperatura média de 20°C e uma altitude do nível do mar o valor será de 9,2 mg/L.

Baseado no modelo, o Rio Culiacán foi estudado por Mendivil-García et al. (2022) com o objetivo de analisar a qualidade de suas águas, de acordo com as tendências de mudanças climáticas. Verificou-se que a solubilidade do oxigênio dissolvido sofre uma diminuição com o aumento da temperatura, alterando a capacidade de autodepuração do rio, apesar do corpo hídrico resistir às atividades humanas e às alterações climáticas por meio de sua resiliência. Constatou-se que a mudança da temperatura da água afeta a constante  $K_d$ , confirmando alterações negativas na qualidade da água (nos meses mais quentes foi visto uma redução da saturação do oxigênio dissolvido em decorrência do aumento da temperatura, tornando o corpo hídrico mais vulnerável a descargas de poluentes) [5].

Ainda com base no modelo, discute-se Filgueira (2021) que desenvolve análise computacional para autodepuração de rios e cursos d'água, facilitando análises e favorecendo controle antecipado de impactos ambientais [6].

Miranda, Barros e Bárbara (2022) avaliaram a capacidade do Rio Meia-Ponte em relação a autodepuração, por meio do modelo de Streeter e Phelps, especialmente para avaliar essa capacidade em períodos chuvosos e de estiagem, e avaliar as concentrações de OD e DBO após o recebimento de efluentes tratados das ETEs. Observou-se que o rio, em geral, possui uma eficiência de autodepuração maior em períodos chuvosos e menor em períodos de estiagem, também foi notado que os impactos ao longo do rio no perímetro urbano foi cumulativo e que as ETEs estudadas necessitam de uma remoção de DBO mais eficiente [7].

A capacidade de autodepuração em ambiente lótico por meio do modelo

de Streeter e Phelps no Rio Ouricuri foi analisada por Junior et al. (2021). Avaliou-se que o rio recebe despejos de efluentes domésticos sem tratamento, o que aumenta a DBO e diminui o OD. Foi concluído por eles que as águas desse corpo hídrico precisam de tratamento prévio do esgoto doméstico e uma um formulação de pontos de despejos do efluente, para diminuir a carga orgânica no rio [8].

Lange, Escher e Prado (2020) estudaram a capacidade do Rio Ressaca sobre o suporte de carga em relação ao lançamento de efluente tratado de uma indústria alimentícia aplicando o modelo de Steeter e Phelps. Eles concluíram em seu trabalho que independente do lançamento de efluentes com menor carga orgânica, não há presença da capacidade de autodepuração, devido as condições precárias de qualidade da água [9].

O Rio Madeira foi estudado por Neto (2021) acerca de sua capacidade de autodepuração por meio de modelagem e simulação usando o modelo de Streeter e Phelps. Foi concluído pelo autor que o rio apresentou uma alta capacidade de autodepuração de acordo com os dados obtidos pela aplicação do modelo, e que isso se dá principalmente pela alta vazão e velocidade do rio, facilitando a diluição da DBO e a reaeração do OD [10].

São vários os estudos existentes, tendo em vista o modelo que possibilita fácil aplicação e informações que trazem à tona informações importantes sobre a saúde dos recursos hídricos, no tocante à poluição por matéria orgânica.

### 3 O Modelo de Streeter & Phelps: apresentação e discussões

No tocante ao modelo estudado, de Streeter e Phelps, ele leva em consideração a capacidade de purificação de corpo hídrico do ponto de vista do oxigênio, relacionado à oxigenação, e da Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO), relacionada à desoxigenação do meio [4].

Considerando que não há fluxo, o modelo de Streeter e Phelps é dado pela Equação (1):

$$\frac{dC}{dt} = -k_d L + k_r (C_s - C) \quad (1)$$

cujas resolução é dada pela Equação (2):

$$C = C_s - \left[ \frac{K_d M}{K_r - K_d} (e^{-K_d t} - e^{-K_r t}) + D_0 e^{-K_r t} \right] \quad (2)$$

O comportamento gráfico da resolução é dado por: onde, Figura 1, verifica-se que, em estado de degradação ambiental, com a DBO alta, os microorganismos degradam a matéria levando à diminuição da quantidade de oxigênio dissolvido. Entretanto, a medida que a matéria vai diminuindo, reduz-se a atividade microbiana, estabilizando os níveis de oxigênio do rio.

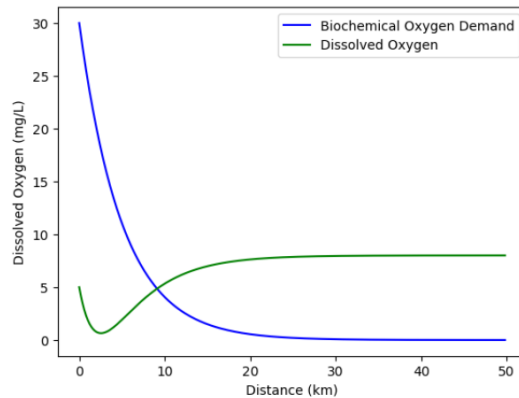


Figura 1: Modelo Streeter e Phelps

O modelo de Streeter e Phelps também é conhecido pela possibilidade de ser facilmente modificado, tal como em [15] que, com vistas ao atendimento de necessidades específicas do rio, substituiu o tempo pela distância dividida pela velocidade média do rio, corrigindo o valor da OD para zero, durante a fase anaeróbia, considerando que não existe valor negativo para OD.

Além deste, podemos, ainda, citar [12] que, em sua tese de doutoramento, propôs modificações ao modelo, considerando fenômenos de sedimentação e decomposição, buscando assim constituir mais uma ferramenta de gestão hídrica. Há, ainda, outros estudos desta natureza, o que nos permite concluir que o modelo de Streeter e Phelps é uma valiosa ferramenta de análise de estados de rios, que muito contribuiu no âmbito de estudos sobre poluição por matéria orgânica e de gestão de sistemas hídricos.

## Referências

- [1] Von-Sperling, M., Estudos e Modelagem da Qualidade da Água de Rios, Belo Horizonte, UFMG, 2007.
- [2] DA CUNHA, Amanda de Cássia. Estudo de Autodepuração Hídrica do Ribeirão Tatu Utilizando o Modelo de Streeter & Phelps. 2016. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Limeira, 2016.
- [3] TORTORA, G.J.; FUNKE, B.R.; CASE, C.L. Microbiologia. 12. ed. Porto Alegre: Artmed, 2017. 935 p.
- [4] Streeter, H.W. and Phelps, E.B., A study of the pollution and natural purification of the Ohio River, Public Health Service, Health Bulletin (146), 1925.

- [5] MENDIVIL-GARCÍA, Kimberly et al. Climate change impact assessment on a tropical river resilience using the Streeter-Phelps dissolved oxygen model. *Frontiers in Environmental Science*, v. 10, p. 903046, 2022.
- [6] FILGUEIRA, Saulo José de Souza. Análise computacional para autodepuração de rios e cursos d'água utilizando o modelo de Streeter-Phelps. 2021.
- [7] DE MIRANDA, Érica Piauí Alves; BARROS, Rosana Gonçalves; BÁRBARA, Viníciu Fagundes. Aplicação do Modelo de Streeter-Phelps na avaliação da autodepuração do Rio Meia-Ponte, Goiânia/GO. *Nature and Conservation*, v. 15, n. 3, p. 82-94, 2022.
- [8] JUNIOR, Antonio Pereira et al. Capacidade de autodepuração em ambiente lótico a partir do modelo matemático de Streeter-Phelps no nordeste paraense. *Research, Society and Development*, v. 10, n. 5, p. e19110514890-e19110514890, 2021.
- [9] LANGE, Marcela Valles; ESCHER, Pricila Ader; PRADO, Marcelo Real. Estudo da capacidade de suporte de carga do rio Ressaca em relação ao lançamento de efluente de uma indústria alimentícia. *Brazilian Journal of Animal and Environmental Research*, v. 3, n. 3, p. 2585-2598, 2020.
- [10] NETO, Souza et al. Modelagem ambiental de autodepuração do Rio Madeira utilizando o modelo Streeter-Phelps. 2021.
- [11] LEITE, M.A. Variação espacial e temporal da taxa de sedimentação no reservatório de Salto Grande (Americana-SP) e sua influência sobre as características limnológicas do sistema, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.
- [12] CUNHA, Amanda de Cássia da et al. Modelo matemático de avaliação do processo de autodepuração de matéria orgânica em reservatórios: uma ferramenta de gestão. 2020.
- [13] Companhia Ambiental do Estado de São Paulo (CETESB). Relatório de Qualidade das Águas Interiores. São Paulo, 2022. Disponível em: <https://cetesb.sp.gov.br/aguas-interiores/publicacoes-e-relatorios/>. Acesso em: 26 de abril de 2024.
- [14] Brasil. Conselho Nacional do Meio Ambiente. Resolução CONAMA nº 357, de 17 de março de 2005.
- [15] TERCINI, João Rafael Bergamaschi. Modelagem da qualidade da água integrando rio e reservatório. 2014. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.