

LENTE GRAVITACIONAIS E IMAGENS DE BURACOS NEGROS

Palavras-Chave: RELATIVIDADE, LENTE GRAVITACIONAIS, ESPAÇO TEMPO

Autores:

MATHEUS ARAUJO DOS SANTOS, IMECC – UNICAMP
Prof. Dr. ALBERTO SAA (orientador), IMECC - UNICAMP

INTRODUÇÃO:

Em 1915, Albert Einstein apresentou sua teoria da relatividade geral, que propõe que objetos muito massivos podem curvar o espaço-tempo, afetando a trajetória da luz. Esse fenômeno inicial forneceu o primeiro indício da existência das lentes gravitacionais. A teoria foi confirmada por Arthur Eddington no mesmo ano, quando ele observou a curvatura da luz estelar ao passar próximo ao Sol. A partir desse momento, o conceito de lentes gravitacionais foi desenvolvido para campos de gravidade tanto fracos quanto fortes.

Em 1994, o telescópio espacial Hubble fez a primeira observação direta de um anel de Einstein, uma forma perfeita de lente gravitacional onde a fonte, a lente e o observador estão alinhados. Essa descoberta permitiu aos astrônomos identificar e estudar sistemas com múltiplas imagens de uma única fonte, criando novas oportunidades para a investigação de galáxias distantes e da matéria escura.

O projeto visa investigar fenômenos associados às lentes gravitacionais, como os anéis de Einstein, e entender a formação de múltiplas imagens resultantes desses fenômenos. Utilizando as equações derivadas da relatividade geral de Einstein, o objetivo principal é estudar as geodésicas da luz em espaços-tempos próximos a objetos massivos. Isso permitirá compreender melhor o comportamento das lentes gravitacionais em regimes de campo forte.

Que são Lentes Gravitacionais?

É um objeto celeste de grande massa, como um aglomerado de galáxias ou uma estrela, que curva o espaço-tempo de forma a desviar a trajetória da luz que passa próximo a ele. Esse efeito de curvatura faz com que a luz do objeto distante seja amplificada e distorcida, permitindo que o observador veja múltiplas imagens do mesmo objeto ou padrões de luz ampliados. Embora Albert Einstein tenha realizado os cálculos sobre esse fenômeno antes, foi somente depois que Ole Rømer e Frantisek discutiram publicamente o efeito das lentes gravitacionais.

Preparação:

Assumimos que o espaço-tempo subjacente é bem descrito por uma métrica perturbada de Friedmann-Robertson-Walker. Estamos na "aproximação de lente fina" onde toda a ação de desvio é considerada como ocorrendo a uma única distância.

A massa pontual desvia um raio luz com parâmetro de impacto ε por um ângulo aproximadamente igual a:

$$\alpha(\varepsilon) = \frac{4GM(\varepsilon)}{c^2} \frac{1}{\varepsilon}$$

Onde G é a constante gravitacional, M a massa do objeto que desvia e c a constante da velocidade da luz.

Notação:

- α é o ângulo de desvio da luz pela lente
- β é a posição da fonte (em relação ao eixo de visão).
- θ é a posição da imagem (em relação ao eixo de visão).

Equação da Lente:

Um possível sistema de Lentes Gravitacional simplificado possui uma fonte pontual e uma lente pontual é exibida na figura. Denotamos S fonte, L a lente e O observador. Raios de luz emitido da fonte são desviados pela lente. Para um lente pontual, sempre haverá pelo menos duas imagens S_1 e S_2 da fonte. Com cisalhamento externo, devido ao campo de maré de objetos fora, mas perto dos feixes de luz poderá haver mais imagens. O observador recebe as imagens em direções correspondentes às tangentes aos caminhos reais da luz incidente.

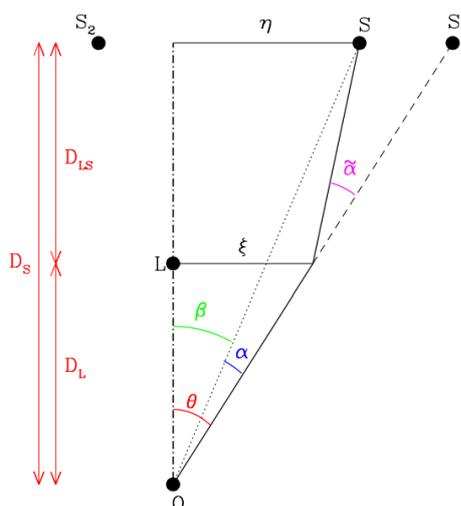


Figura 1: Configuração de uma situação de lente gravitacional: A lente L , fonte S e o observador O produz duas imagens S_1 e S_2 da fonte fundo. (Fonte [2])

Na Figura 1, os ângulos correspondentes e as distâncias angulares D_L, D_S, D_{LS} são indicados. Na aproximação de lente fina, os caminhos hiperbólicos são aproximados por suas assíntotas. No caso de simetria circular, o ângulo de desvio é dado como:

$$\alpha(\varepsilon) = \frac{4GM(\varepsilon)}{c^2} \frac{1}{\varepsilon} \quad (1)$$

onde $M(\varepsilon)$ é a massa dentro de um raio ε . Nesta representação, a origem é escolhida no observador. A partir da imagem, pode-se ver que a seguinte relação se mantém:

$$\theta D_s = \beta D_s + \tilde{\alpha} D_{LS} \quad (2)$$

(para $\theta, \beta, \tilde{\alpha} \ll 1$; esta condição é satisfeita em praticamente todas as situações astrofisicamente relevantes). Com a definição do ângulo de desvio reduzido como $\alpha(\theta) = \left(\frac{D_{Ls}}{D_s}\right) \tilde{\alpha}(\theta)$, isso mostra que pode ser expressa como:

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\theta) \quad (3)$$

Assim obtemos **equação bidimensional da lente** dada pela última equação.

Raio de Einstein:

Para uma lente pontual de massa, o ângulo de desvio é dado pela equação (3). Substituindo na equação (3) e usando a relação $\varepsilon = D_L \theta$ (Figura 1), obtém-se:

$$\beta(\theta) = \theta - \frac{D_{Ls}}{D_L D_s} \frac{4GM}{c^2 \theta} \quad (4)$$

Para o caso especial em que a fonte está exatamente atrás da lente ($\beta=0$), devido à simetria, ocorre uma imagem em forma de anel cujo raio angular é chamado de **raio de Einstein** θ_E :

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{Ls}}{D_L D_s}} \quad (5)$$

O raio de Einstein define a escala angular para uma situação de lente.

Posição das imagens:

A equação da lente (3) pode ser reformulada para:

$$\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \quad (6)$$

A partir dessa equação podemos escrever como equação de segundo grau, resolvendo essa equação temos que:

$$\theta_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \right) \quad (7)$$

Ampliação:

Ampliação das imagens em lentes gravitacionais é uma medida de quanto a imagem da fonte é ampliada em comparação com o tamanho real da fonte. A magnificação pode ser calculada usando a fórmula:

$$\mu = \frac{\theta}{\beta} \frac{d\theta}{d\beta} \quad (8)$$

Dado a fórmula pode utilizando a equação (6) podemos derivar uma fórmula para suas imagens. A diferença entre as duas ampliações de imagem será igual a um:

$$\mu_1 + \mu_2 = 1 \quad (9)$$

Densidade Crítica de Superfície

No caso mais geral de uma distribuição de massa tridimensional de uma lente estendida, a densidade $\rho(r)$ pode ser projetada ao longo da linha de visão no plano da lente para obter a distribuição de densidade superficial de massa bidimensional $\Sigma(\xi)$ como

$$\Sigma(\xi) = \int_0^{D_s} \rho(r) dz \quad (10)$$

Onde \vec{r} é um vetor tridimensional no espaço e ξ é vector de dimensão bidimensional.

$$\alpha(\xi) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\xi - \xi')}{|\xi - \xi'|^2} \Sigma(\xi') d\xi'^2 \quad (11)$$

Para um círculo finito com densidade superficial de massa constante Σ , o ângulo de deflexão pode ser escrito como:

$$\alpha(\xi) = \frac{D_{Ls}}{D_s} \frac{4G}{c^2} \frac{\Sigma \pi \xi}{\xi} \quad (12)$$

Com $\xi = D_L \theta$ implica que:

$$\alpha(\xi) = \frac{4\pi G}{c^2} \frac{D_L D_{Ls}}{D_s} \theta \quad (13)$$

Com a definição **da densidade crítica de superfície de massa** Σ_{crit} como:

$$\Sigma_{crit} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_L D_s}{D_{Ls}} \quad (14)$$

o ângulo de deflexão para uma tal distribuição de massa pode ser expresso como

$$\alpha(\xi) = \frac{\Sigma}{\Sigma_{crit}} \theta \quad (15)$$

A densidade crítica de superfície de massa é dada pela massa da lente M "espalhada" sobre a área do anel de Einstein $\Sigma_{crit} = M/(R_E^2 \pi)$, onde $R_E = \theta_E D_L$.

CONCLUSÕES:

As equações descritas acima demonstram que o efeito de lentes gravitacionais pode multiplicar imagens, resultando na formação de pelo menos duas imagens devido ao cisalhamento. Este fenômeno é exatamente o que as equações da relatividade geral de Einstein preveem. Adicionalmente, a teoria da densidade crítica de superfície explica a formação do anel de Einstein, um fenômeno que foi teoricamente previsto antes de ser observado pelo telescópio espacial Hubble. Estas observações confirmam as previsões teóricas e fornecem uma poderosa ferramenta para estudar a massa e a distribuição de massa no universo.

BIBLIOGRAFIA

[1] E. F. Taylor e J. A. Wheeler. Spacetime Physics. 2nd ed. W. H. Freeman, 1992.

[2] J. Wambsganss, Gravitational Lensing in Astronomy, Liv. Rev. Relat. 1:12 (1998),
<https://doi.org/10.12942/lrr-1998-12>