

ANÁLISE MODAL APLICADA A MÁQUINAS ROTATIVAS

Palavras-chave: Dinâmica de Rotores, Análise Modal Operacional, Identificação Modal Estocástica

Autores:

Juan Carlos Denadai Parente, FEM, Unicamp
Prof. Dr. Tiago Henrique Machado (orientador), FEM, Unicamp
Me. Nathali Rolon Dreher (coorientadora), FEM, Unicamp

INTRODUÇÃO

Desde o início do século XX, técnicas de Análise Modal Operacional (*Operational Modal Analysis* ou OMA) são desenvolvidas com vistas ao estudo do comportamento dinâmico de estruturas sujeitas a excitações aleatórias em ambiente operacional. A grande vantagem da OMA é permitir a extração dos parâmetros modais de estruturas cuja retirada de operação é inviável por alguma razão - desde que certas hipóteses, como a modelagem da excitação como um ruído branco, linearidade e invariância no tempo, sejam consideradas. A utilização da OMA na análise estrutural garante maior economia, flexibilidade e simplicidade, bem como a garantia de que os dados reflitam o sistema em condições reais de uso. O objetivo da presente pesquisa foi realizar um estudo do método de Identificação Estocástica de Subespaços baseada em Dados (*Data-Driven Stochastic Subspace Identification* ou SSI-DATA) para a identificação de um modelo computacional de rotor de Jeffcott apoiado em mancais hidrodinâmicos. Tal estudo foi conduzido por meio da adaptação de um modelo de rotor baseado em Elementos Finitos pré-existente e a utilização de um algoritmo de identificação desenvolvido por Dreher (2022) para extrair seus parâmetros modais após uma série de testes, realizados com vistas à verificação das influências individuais de algumas variáveis do método.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Vibração de sistemas oscilatórios

Em termos das matrizes de massa $[M]$, rigidez $[K]$ e amortecimento $[C]$ de um sistema dinâmico de N graus de liberdade, sua resposta temporal em vibração livre é dada pela solução da equação diferencial matricial abaixo:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (1)$$

Aplicando a transformada de Laplace em ambos os lados da Equação 1, pode-se obter seus parâmetros modais por meio dos autovalores e autovetores da Equação 2:

$$\det([M]s^2 + [C]s + [K]) = 0 \quad (2)$$

Os autovalores s_r dessa equação são dados por:

$$s_r = -\zeta_r \omega_{n,r} + \omega_{n,r} \sqrt{\zeta_r^2 - 1} \quad (3)$$

onde $\omega_{n,r}$ é a r -ésima frequência natural e ζ_r o r -ésimo fator de amortecimento, todos associados ao r -ésimo autovetor $\{\psi_r\}$, cha-

mado r -ésimo modo de vibrar.

Considerando que a vibração não é livre, mas forçada, a equação matricial de movimento torna-se

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (4)$$

da qual se pode obter a Função de Resposta em Frequência - ou função de transferência no domínio da frequência - do sistema aplicando a ela a Transformada de Fourier e relacionando entrada (excitação externa) e saída (deslocamento, velocidade, aceleração ou qualquer outra desejada). Para o caso de deslocamentos,

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = H(j\omega) = [-[M]\omega^2 + j[C]\omega + [K]]^{-1} \quad (5)$$

Vibração de sistemas rotativos

A Figura 1 mostra um modelo inicial de rotor, chamado *rotor de Jeffcott*, que foi utilizado para os fins dessa pesquisa.

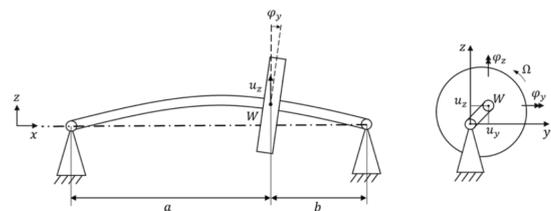


Figura 1: Rotor de Jeffcott.

O movimento desse rotor é governado pela Equação 6,

$$[M]\{\ddot{q}\} + ([C] + [G])\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (6)$$

na qual $\{q\} = \{u_y, u_z, \varphi_y, \varphi_z\}^T$. Nessa equação, além das matrizes de massa, rigidez e amortecimento, existe a matriz giroscópica $[G]$, que determina o comportamento do sistema em termos do efeito giroscópico originário da descentragem do disco no eixo. A solução da Equação 6 permite a obtenção da resposta temporal do sistema e sua resposta em frequência é obtida pela Equação 5 simplesmente somando à matriz de amortecimento a matriz giroscópica. As frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar também são obtidos por meio da solução do problema de autovalor e autovetor mostrado anteriormente, mas são diferentes para cada frequência ω com a qual o sistema é excitado em função do efeito giroscópico. Essa característica é melhor mostrada em

gráficos que mostram as frequências naturais em função da rotação, chamados *diagramas de Campbell*.

Análise Modal Operacional

Decomposição no Domínio da Frequência

A Decomposição no Domínio da Frequência (também chamado *Frequency Domain Decomposition* ou FDD) é um método para obtenção de frequências naturais baseado na Decomposição em Valores Singulares (*Singular Value Decomposition* ou SVD). Ela consiste na decomposição de uma matriz $[P]_{m \times n}$ qualquer em um produto de três matrizes:

$$[P]_{m \times n} = [U][\Sigma][V]^T \quad (7)$$

sendo $[U]$ e $[V]$ ortogonais e $[\Sigma]$ diagonal. Os elementos desta última são chamados *valores singulares* e, no caso da FDD, tal matriz é variável em função da frequência, sendo suas entradas os valores discretos das funções de densidade autoespectrais do sistema, obtidos da matriz de densidade espectral de saída (Equação 8):

$$G(\omega) = H(\omega)^*[\mathcal{C}]H(\omega)^T \quad (8)$$

Nessa equação, $[\mathcal{C}]$ é a matriz de densidade espectral de potência da entrada, constante em razão do ruído branco assumido. Embora tal método seja útil para a obtenção das frequências naturais do sistema pela observação dos picos das funções de densidade autoespectrais, não é capaz de obter com facilidade seus fatores de amortecimento. Bricker et al (2000) propuseram para tal a Decomposição no Domínio da Frequência Melhorada (*Enhanced Frequency Domain Decomposition* ou EFDD) baseada no Critério de Garantia Modal (*Modal Assurance Criterion* ou MAC), que indica o nível de similaridade ou ortogonalidade entre dois vetores φ e ν e é definido por:

$$MAC(\varphi, \nu)^1 = \frac{|\varphi^H \nu|}{\sqrt{\varphi^H \varphi} \sqrt{\nu^H \nu}} \quad (9)$$

Identificação Estocástica de Subespaços Baseada em Dados

Segundo Dreher, Storti e Machado (2023) e Peeters e De Roeck (1999), a técnica SSI-DATA é baseada no modelo estocástico, dado por:

$$\begin{cases} x_{k+1} = [A]x_k + w_k \\ y_k = [C]x_k + v_k \end{cases} \quad (10)$$

no qual $y_k \in \mathbb{R}^l$ representa as saídas do sistema no instante k , $x_k \in \mathbb{R}^n$ os seus estados no instante k , w_k o ruído branco gaussiano com média zero relativo ao processo e v_k o ruído de medição. A matriz de covariância do ruído branco gaussiano é dada por:

$$E \left[\begin{pmatrix} w_p \\ v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_q^T & v_q^T \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} [Q] & [S] \\ [S]^T & [R] \end{pmatrix} \delta_{pq} \quad (11)$$

Sendo o sistema de ordem n , as dimensões das matrizes reais $[A]$, $[C]$, $[Q]$, $[S]$ e $[R]$ são, respectivamente, $n \times n$, $l \times n$, $n \times n$, $n \times l$ e $l \times l$. O objetivo do SSI-DATA é obter as matrizes $[A]$ e $[C]$ do sistema e, através delas, extrair os seus parâmetros modais. Para isso, é assumido que o par $\{[A], [C]\}$ é observável e que o par $\{[A], [Q]^{1/2}\}$ é controlável. Para iniciar o processo, deve-se construir a matriz de Hankel de blocos de saída $[Y]_{0|2i-1}$, que pode ser dividida nas matrizes de Hankel de blocos de saída passados $[Y]_p$

e de blocos de saída futuros $[Y]_f$. Pode-se então determinar a matriz de projeção $[\mathcal{O}]_i$ realizando a projeção das saídas futuras sobre as saídas passadas por meio da decomposição QR² da matriz de Hankel de blocos de saída. Em seguida, a decomposição SVD é aplicada ao produto da matriz de projeção com matrizes de ponderação próprias de cada algoritmo de identificação estocástica (podendo ser o *Principal Component Analysis* ou PCA, *Unweighted Principal Components* ou UPC, ou *Canonical Variate Algorithm* ou CVA). A matriz de projeção pode ser expressa ainda como o produto das matrizes de observabilidade $[\Gamma]_i$ e da sequência de estados do filtro direto de Kalman $[\hat{X}]_i$. Dessa forma, calcula-se a matriz de observabilidade estendida e a sequência de estados e a sequência de estados deslocada $[\hat{X}]_{i+1}$ por meio de operações similares. As matrizes $[A]$ e $[C]$ podem finalmente ser calculadas mediante a aplicação do método dos mínimos quadrados à Equação 12, obtida diretamente da Equação 10,

$$\begin{bmatrix} [\hat{X}]_{i+1} \\ [Y]_{i|i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] \\ [C] \end{bmatrix} [\hat{X}]_i + \begin{pmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{pmatrix} \quad (12)$$

onde ρ_w e ρ_v os resíduos do filtro de Kalman. Uma vez obtida a matriz $[A]$ de estado discreto pelos procedimentos anteriormente descritos, pode-se descrever o comportamento dinâmico do sistema em estudo pelos seus autovalores, ou seja,

$$[A] = [\Psi][\Lambda][\Psi]^{-1} \quad (13)$$

sendo $[\Lambda] = \text{diag}(\lambda_r) \in \mathbb{C}^{n \times n}$ uma matriz diagonal contendo os autovalores complexos de tempo discreto e $[\Psi] \in \mathbb{C}^{n \times n}$ a matriz modal. Uma vez que as equações de espaço de estados e a equação de movimento do sistema são equivalentes (Peeters e De Roeck, 1999), pode-se concluir que elas possuem os mesmos autovalores e autovetores, que podem ser obtidos por meio de uma decomposição de autovalores da matriz de estados de tempo contínuo

$$[A]_c = [\Psi]_c [\Lambda]_c [\Psi]_c^{-1} \quad (14)$$

contendo as matrizes $[\Psi]_c$ e $[\Lambda]_c$ também, respectivamente, os autovetores em suas colunas e os autovalores complexos em sua diagonal, porém em tempo contínuo. Tendo em vista a relação

$$[A] = e^{[A]_c \Delta t} \quad (15)$$

onde Δt é o intervalo entre duas aquisições subsequentes, pode-se calcular os autovalores λ_{cq} e os autovetores em $[\Psi]_c$ são exatamente os autovetores em $[\Psi]$. Esses autovetores não necessariamente possuem significado físico, uma vez que estão no Espaço de Estados: deve-se, portanto, convertê-los ao domínio físico por meio da equação de observação (Equação 16):

$$[\Phi] = [C][\Psi] \quad (16)$$

METODOLOGIA

Algoritmos para cálculo da dinâmica de sistemas oscilatórios e rotativos

A primeira parte da pesquisa foi conduzida com fins à compreensão teórica dos conceitos necessários para a obtenção dos resultados almejados. Foi realizado um estudo dos princípios físicos de sistemas dinâmicos oscilatórios como aquele mostrado na Figura 2 e, em seguida, desenvolvido um algoritmo para realizar a extração de seus parâmetros modais (frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar) e o cálculo de sua resposta

¹Aqui, o superescrito H indica uma matriz Hermitiana.

²A decomposição QR transforma uma matriz $[A]_{m \times n}$ em duas outras matrizes $[Q]_{m \times n}$ com colunas ortonormais e $[R]_{n \times n}$ triangular superior, sendo consequência direta do processo de ortonormalização de Gram-Schmidt.

temporal e em frequência. Foi realizado ainda o estudo do método SSI-DATA e sua aplicação para extração de parâmetros modais de sistemas oscilatórios por meio de inúmeros testes para verificação da influência de alguns parâmetros do algoritmo nos resultados.

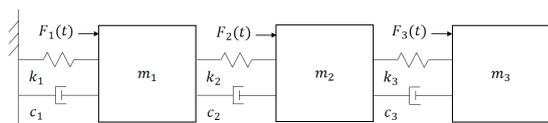


Figura 2: Sistema massa-mola-amortecedor utilizado para análise na primeira parte da pesquisa.

Na segunda parte da pesquisa os objetivos recaíram sobre o estudo dos princípios físicos que regem sistemas rotativos e a posterior adaptação de um modelo de rotor de Jeffcott (Figura 1) com eixo modelado em Elementos Finitos e apoiado sobre mancais hidrodinâmicos desenvolvido por Dreher (2021) no programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica da Unicamp. Foram realizados, então, os mesmos testes da primeira parte da pesquisa para verificar as influências individuais dos parâmetros do método de identificação e a identificação completa de um rotor com menor amortecimento.

Aplicação da Análise Modal Operacional Automática

Foi utilizado ainda um algoritmo de clusterização hierárquica aglomerativa desenvolvido por Dreher (2022) para extrair modos físicos dos sistemas rotativos simulados de forma automática e verificar sua acurácia. Este algoritmo funciona através da seguinte sequência de passos: identifica e remove polos espúrios utilizando o critério *Hard Validation Criteria* (ou HVC)³, agrupa os polos que representam um mesmo modo por meio da clusterização hierárquica aglomerativa, remove polos de ordens repetidas em cada *cluster* e desconsidera *clusters* pequenos, que provavelmente dizem respeito a polos sem sentido físico. *Outliers* são então buscados e removidos por meio do método *box plot* e os modos globais identificados por meio da média de frequências, fatores de amortecimento e modos de vibrar. Por último, é realizado o agrupamento dos polos com modos de vibrar fortemente correlacionados. O processo é finalizado quando se atinge um valor pré-estabelecido de *threshold*, que no caso do algoritmo citado é baseado na distância entre *clusters*. Quando a distância entre *clusters* se torna tão pequena a ponto de ser inferior a um valor estabelecido, se admite que a clusterização chegou ao final. Todos esses passos visam fornecer, ao fim, *clusters* que englobem os modos físicos do sistema.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Influência dos parâmetros individuais da OMA

Critérios de classificação dos polos identificáveis

Três grupos foram considerados na classificação dos polos observados pela aplicação do método de identificação: estáveis, instáveis e espúrios. Os polos considerados estáveis são todos os que, à medida que há um incremento no número de ordens, mantêm-se dentro de limites estabelecidos para frequência, fatores de amortecimento e MAC (Equação 9). Polos instáveis são aqueles que se encontram fora dos limites estabelecidos para os mesmos parâmetros. Os polos espúrios são aqueles nos quais o algoritmo identifica fatores de amortecimento além de limites especificados, entre 0%

e 20% para sistemas oscilatórios e entre 0% e 30% para sistemas rotativos (estruturas reais dificilmente possuem amortecimento superior a isso e não há sentido físico em amortecimento negativo). Mediante testes preliminares, foram fixadas tolerâncias de $\pm 0.4\%$ para a identificação de frequências e $\pm 0.5\%$ para a identificação de fatores de amortecimento. Considerou-se ainda que os autovetores deveriam ter MAC de, no mínimo, 90% para ser considerados estáveis.

Influência da ordem do sistema

Ordem, no contexto de identificação de sistemas dinâmicos, é o número de estados utilizados para os modelar. Os diagramas de estabilização são baseados nesse parâmetro, pois espera-se que os parâmetros modais do sistema estudado estabilizem à medida que o número de ordens aumenta em função da consideração de um maior número de dinâmicas. A consideração grandes ordens, no entanto, pode provocar *overfitting* em função do ajuste do modelo ao ruído de entrada. Observou-se, dos testes realizados nos sistemas considerados, que o número de polos estáveis e espúrios identificados em ordens mais altas é significativamente grande e instabilidades prejudicam a identificação do sistema. Foi possível concluir que, considerando um número de ordens menor, pode-se observar com mais clareza os modos físicos e seus parâmetros são mais facilmente identificados.

Influência do nível de ruído

Para tornar os dados de saída do rotor ruidosos, foi realizada a adição de ruído branco gaussiano às forças de excitação (no caso do sistema oscilatório da primeira parte da pesquisa) e à força de desbalanceamento (no caso do rotor da segunda parte). Ao realizar a identificação com a OMA, notou-se que o aumento da razão sinal-ruído da saída (ou seja, a aquisição de um sinal menos ruidoso) provoca um aumento considerável de polos instáveis identificados nos diagramas de estabilização, e o surgimento de uma grande quantidade de polos espúrios em diversas frequências. Os modos físicos, no entanto, são suficientemente identificáveis em ordens mais baixas tanto nos sistemas oscilatórios quanto nos sistemas rotativos. Isso era esperado pelas hipóteses que devem ser assumidas para a aplicação da OMA, uma vez que se espera que o ruído excite suficientemente o sistema para que seja possível observar suas características dinâmicas nos sinais de saída.

Influência do número de blocos linha da Matriz de Hankel

O número de blocos linha na Matriz de Hankel também mostrou-se um parâmetro importante para a correta identificação do sistema: quanto maior, maior também mostrou-se o número de polos instáveis e espúrios identificados. Além disso, é possível observar um número maior de alinhamentos de polos estáveis em frequências harmônicas, bem como inúmeros outros alinhamentos de polos estáveis em frequências que representam modos não físicos. Foi possível concluir que a opção por um número mais baixo de blocos linha permite uma identificação mais acurada dos parâmetros modais do sistema tanto em sistemas oscilatórios quanto em sistemas rotativos.

Influência do método de identificação

A OMA foi aplicada considerando três algoritmos variantes do SSI-DATA: *Principal Component Analysis* (PCA), *Unweighted Principal Components* (UPC) e *Canonical Variate Algorithm* (CVA) e os detalhes acerca desses algoritmos podem ser vistos nos

³Esse critério diz respeito à remoção de todos os polos espúrios para análises futuras.

trabalhos de Dreher (2022a) e Rainieri e Fabbrocino (2014). Os testes foram realizados no modelo de rotor apresentado, e foi possível observar que em todos os casos os parâmetros modais foram identificados com precisão aceitável. Rainieri e Fabbrocino (2014) explicam que, via de regra, é possível utilizar o algoritmo UPC para sistemas com modos de força similar e com boa razão sinal-ruído. Caso contrário, o método UPC pode ser uma opção mais interessante. O método PCA é intermediário entre os dois, podendo ser uma opção caso nenhum deles ofereça resultados satisfatórios. Os autores explicam ainda que, embora os três algoritmos tenham sentidos físicos distintos, não há diferenças significativas de acurácia entre os mesmos em termos práticos, o que pôde ser observado nos resultados obtidos dos testes.

Identificação de um rotor com dupla atuação

A Figura 3 mostra um sistema rotativo com eixo modelado por seis elementos de viga com 24 graus de liberdade. O rotor se encontra no terceiro nó da malha, e os mancais hidrodinâmicos no primeiro e último nós. Nos nós 2 e 5 são impostos esforços de atuação ruidosos para simular a atuação de *shakers* mecânicos.

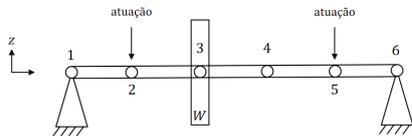


Figura 3: Modelo de rotor utilizado para a identificação completa.

A Tabela 1 mostra os parâmetros modais dos três primeiros mo-

dos físicos do rotor estudado. Foram utilizados, para fins de análise no algoritmo SSI-DATA, os dados de deslocamento nas direções y e z dos dois mancais e do disco, bem como os deslocamentos em y e z dos nós onde se dá a atuação.

Modo	Precessão	f_n (Hz)	ζ_n (%)
1	Retrógrada	5.1397	19.9356
1	Direta	5.2147	24.4255
2	Retrógrada	13.1245	2.2787
2	Direta	13.1347	2.1554
3	Retrógrada	84.6302	13.4432
3	Direta	85.3754	13.4328

Tabela 1: Parâmetros modais do rotor.

Resposta temporal e resposta em frequência

As Figuras 4 e 5 mostram os deslocamentos do centro de massa do disco e dos munhões ao longo do tempo, respectivamente. A Figura 6, por sua vez, mostra módulo e fase da sua função de resposta em frequência calculada analiticamente. Pode-se notar de antemão que a resposta temporal do sistema é bastante estocástica por influência das forças ruidosas, como se espera de um sinal utilizado para aplicação da OMA. É possível notar ainda que há um pico de resposta em frequência em aproximadamente 13 Hz, que corresponde à segunda frequência natural do sistema. Como não se observam outros picos com muita clareza, pode-se dizer a participação modal do segundo modo de vibração na dinâmica desse rotor é bastante superior aos demais modos, sendo o mesmo excitado de forma muito mais proeminente pelas forças externas.

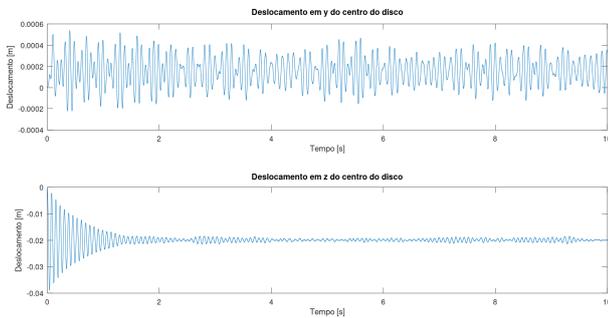


Figura 4: Deslocamento de massa do disco.

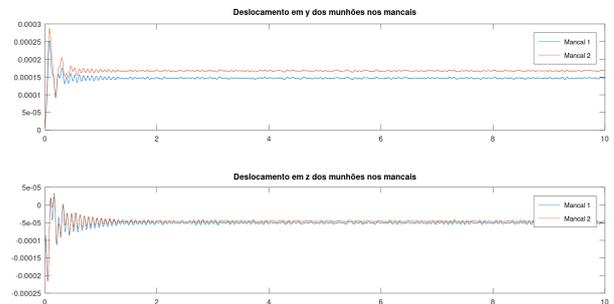


Figura 5: Deslocamentos dos munhões.

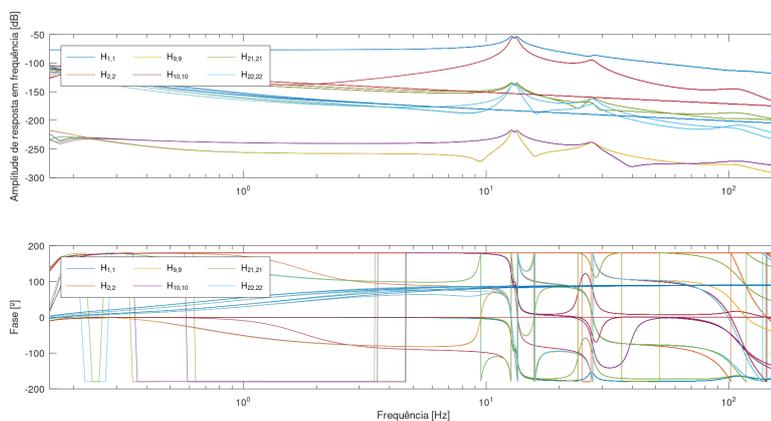


Figura 6: Módulo e fase da função de resposta em frequência.

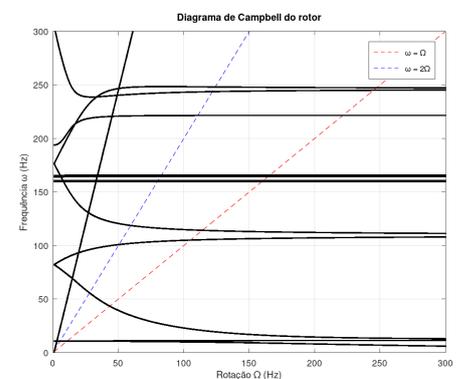


Figura 7: Diagrama de Campbell do rotor.

Aplicação da OMA

A figura abaixo mostra o diagrama de estabilização do rotor obtido utilizando o método UPC. Notam-se alinhamentos de polos estáveis nas primeiras três frequências naturais do sistema e em uma harmônica em aproximadamente 15 Hz.

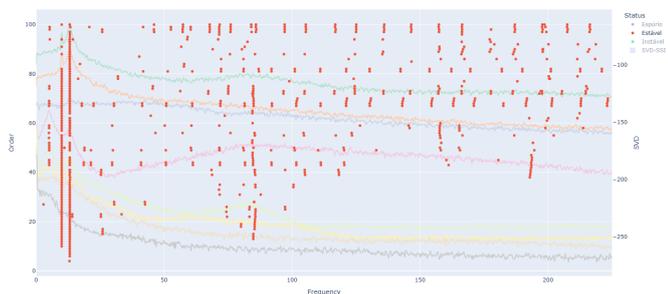


Figura 8: Diagrama de estabilização obtido por meio do método UPC.

Modo	AOMA								Modelo numérico	
	$f_{n,med}$ (Hz)	$f_{n,max}$ (Hz)	$f_{n,min}$ (Hz)	σ_{f_n} (Hz)	$\zeta_{n,med}$ (%)	$\zeta_{n,max}$ (%)	$\zeta_{n,min}$ (%)	σ_{ζ_n} (%)	f_n (Hz)	ζ_n (%)
1	5.14	5.17	5.10	0.02	20.12	20.32	19.72	0.18	5.14	19.94
2	13.14	13.20	13.07	0.02	2.85	3.29	2.16	0.28	13.12	2.28
3	85.94	86.39	85.63	0.27	12.25	13.37	11.21	0.72	84.63	13.44

Tabela 2: Parâmetros modais extraídos automaticamente do diagrama mostrado na Figura 8.

CONCLUSÕES

Durante a vigência do presente projeto, buscou-se utilizar um método de identificação modal amplamente utilizado e consolidado na literatura de Análise Modal Operacional - o método SSI-DATA - como meio para identificar um modelo significativo de sistema rotativo, suficiente para uma introdução ao tema como forma de complementar e aprofundar a formação já adquirida. Foi possível observar que a qualidade dos resultados obtidos na identificação estocástica são fortemente dependentes do ruído que excita o sistema e dos aspectos matemáticos que regem o método, como o número de ordens consideradas e o número de blocos linha que compõem a matriz de Hankel. Observou-se ainda que o método de identificação também pode ser mais ou menos adequado a depender do sistema que se deseja estudar, embora sua influência não seja tão grande. Todos esses aspectos foram tratados individualmente de forma a entender suas influências de forma qualitativa, mas foi enfatizada a necessidade de testes conjuntos para garantir a eficácia da aplicação do método em razão da não independência entre eles. Foi possível observar que o modelo construído possui características significativas para o entendimento inicial dos aspectos físicos mais importantes dos rotores reais, como as inversões de precessão por efeito giroscópico e a ressonância. Além disso, a clusterização hierárquica aglomerativa foi utilizada e mostrou-se útil para tornar mais simples o estudo desses sistemas, podendo identificar com grande acurácia parâmetros modais diretamente de dados não tratados. Estes resultados corroboram para a constante aplicação das técnicas de aprendizado não supervisionado como a utilizada ao longo desta pesquisa com o intuito de prever e monitorar o comportamento de estruturas rotativas em operação contínua, sobretudo aquelas que são críticas para o funcionamento de instalações industriais. Por fim, foi possível verificar que o modelo considerado, embora não englobe aspectos mais complexos que permeiam a física dos rotores reais - como não-linearidades dos mancais, efeitos da fundação e variações de parâmetros relacionadas às falhas que surgem ao longo da vida útil dos mesmos -, mostrou-se signifi-

cado para compreender os princípios fundamentais da dinâmica de sistemas rotativos e pode ser utilizado como uma primeira abordagem de engenharia em sistemas de menor complexidade.

Pode-se notar ainda que o segundo modo do sistema possui um alinhamento muito mais claro de polos estáveis, o que corrobora aquilo que já foi exposto a respeito da participação modal mais proeminente desse modo físico na dinâmica do sistema rotativo estudado quando excitado pelas forças que agem sobre ele. A Tabela 2 mostra uma comparação dos parâmetros modais obtidos por meio da clusterização hierárquica: pode-se notar que, considerando a ordem de grandeza dos parâmetros obtidos analiticamente, o método SSI-DATA foi altamente capaz de identificá-los, fornecendo resultados com média muito próxima aos resultados teóricos e baixo desvio-padrão inclusive para baixas frequências. A única dificuldade encontrada foi a separação dos modos de precessão direta e retrógrada: como as frequências críticas onde ocorre a mudança de precessão geralmente são próximas, é comum que o processo de clusterização não seja capaz de diferenciar tais modos, o que implica no enquadramento de todos os polos estáveis de um par de modos em um mesmo *cluster*. Esse problema pode ser resolvido considerando, por exemplo, o Método das Coordenadas Direcionais, apresentado por Dreher, Storti e Machado (2022).

tivo para compreender os princípios fundamentais da dinâmica de sistemas rotativos e pode ser utilizado como uma primeira abordagem de engenharia em sistemas de menor complexidade.

BIBLIOGRAFIA

- DREHER, Nathali Rolon. *Análise de um Rotor usando o Método dos Elementos Finitos*. Trabalho avaliativo apresentado na disciplina de Análise de Máquinas Rotativas. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2021.
- DREHER, Nathali Rolon. *Emprego de técnicas de aprendizado de máquina para o monitoramento de sistemas rotativos via Análise Modal Operacional*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2022a.
- DREHER, Nathali Rolon; STORTI, Gustavo Chaves; MACHADO, Tiago Henrique. Automated Operational Modal Analysis for Rotating Machinery Based on Clustering Techniques. *Sensors*, 2023. DOI: <<https://doi.org/10.3390/s23031665>>.
- DREHER, Nathali Rolon; STORTI, Gustavo Chaves; MACHADO, Tiago Henrique. Directional coordinates for the identification of backward and forward frequencies of rotating machines via OMA. In: 9ª Conferência Internacional de Análise Modal Operacional (IOMAC), 9ª edição. 2022b.
- HE, Jimin; FU, Zhi-Fang. *Modal Analysis*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- INMAN, Daniel J. *Vibrações Mecânicas*, Tradução da 4ª Edição. Barueri: Grupo GEN, 2018.
- PEETERS, Bart; DE ROECK, Guido. Reference-based stochastic space identification for output-only modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 13, p. 855-878, 23 jul. 1999.
- RAINIERI, Carlo; FABBROCINO, Giovanni. *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures: an Introduction and Guide for Applications*. Nova Iorque: Springer, 2014.