Análise não-linear do escoamento de fluidos viscosos e incompressíveis através do Método dos Elementos Finitos

Palavras-Chave: ELEMENTOS FINITOS, FLUIDOS, NÃO-LINEAR

Autores:

HENRIQUE AZZULINI FEITOSA [UNICAMP]

Prof. Dr. CARLOS HENRIQUE DAROS (orientador/a) [UNICAMP]

INTRODUÇÃO:

A solução das equações dos fluidos através do método dos elementos finitos pode ser bastante complexa principalmente por conta de sua não-linearidade. Nos casos em que o número de Reynolds é muito menor do que um, ou seja, quando as forças viscosas são predominantes no escoamento em detrimento das forças de inércia, os termos que dependem da velocidade podem ser desprezados, garantindo a linearidade das equações.

Um programa em FORTRAN para a solução do caso linear foi fornecido ao orientando e o objetivo final da pesquisa é modificá-lo de modo que seja capaz de resolver problemas com números de Reynolds maiores. O método da penalização da incompressibilidade foi empregado para a obtenção das formas fracas das equações dos fluidos.

MODELO EM ELEMENTOS FINITOS:

O modelo em elementos finitos via penalização da incompressibilidade é da forma:

$$M\dot{v}+[C(\rho,v)+K_{\mu}+K_{\gamma}]v=F$$

onde as matrizes M , C, K_{μ} e K_{γ} possuem coeficientes que dependem, respectivamente, da "massa", dos termos convectivos (não lineares), da viscosidade e do parâmetro de penalidade γ. No caso de escoamentos com número de Reynolds muito menor que um (escoamento de Stokes), os termos convectivos C podem ser desprezados, garantindo a linearidade das equações do fluido. Nota-se que a Pressão não aparece explicitamente. Na verdade, ela é pós-computada a partir dos valores das velocidades e do parâmetro de penalidade.

Por outro lado, se o número de Reynolds não for desprezível, a matriz C, que depende da velocidade, deve ser considerada no equacionamento, tornando o problema não-linear. Neste caso, um método de iteração direta deve ser utilizado para obter a solução. O número de Reynolds é dividido em incrementos ΔRe e a resposta convergida é utilizada como chute inicial para o próximo número.

O procedimento é repetido até atingir o número de Reynolds total ou até atingir o número máximo de iterações preestabelecidas. Um fluxograma, extraído da referência [1], ilustrando o esquema que deve ser implementado no programa é encontrado ao lado, onde NLS é o número de incrementos e ε a tolerância para estabelecer a convergência (*input* do problema).

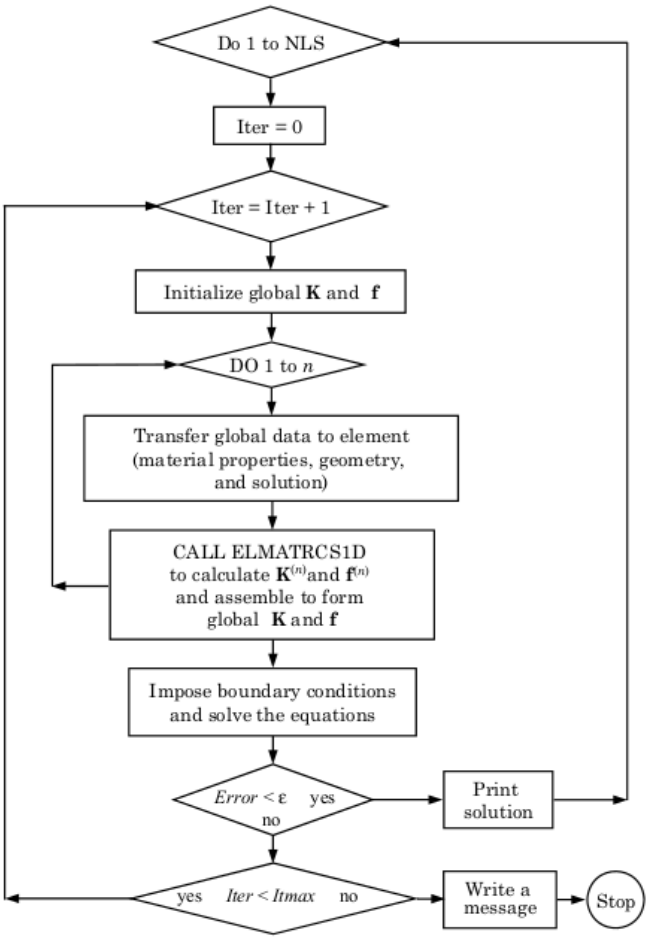

Figura 1: Fluxograma para o método de iteração direta

A convergência é atingida para a iteração r cuja solução U satisfaz a seguinte inequação:

$$\|U^r - U^{r-1}\| \leq \varepsilon \|U^r\|$$

onde $\|.\|$ é a norma euclidiana.

METODOLOGIA:

Um programa em FORTRAN, capaz de resolver o problema dos fluidos para o caso de escoamentos com número de Reynolds pequeno, deve ser modificado incluindo o método de iteração direta anteriormente descrito, permitindo a solução de casos onde a não-linearidade se faz presente na equação do modelo em elementos finitos. Para o pré-processamento, afim de criar as malhas bidimensionais para a solução em elementos finitos, e

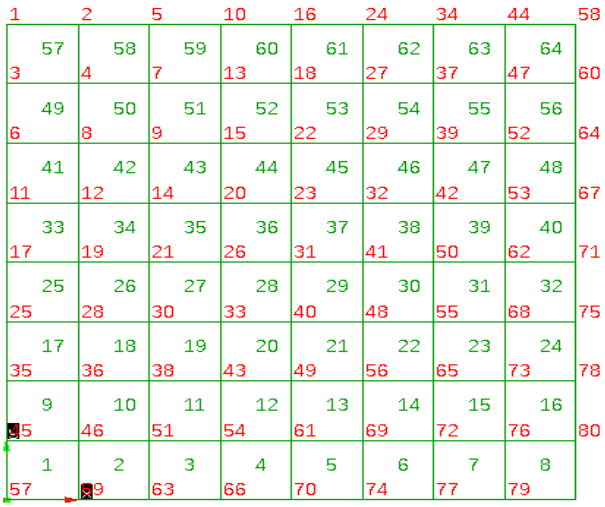

Figura 2: Pré-processamento para malha uniforme 8x8

pós-processamento, afim de obter os campos de velocidade e pressão do escoamento, o *software* GID será utilizado.

Para o caso linear, pode-se validar a solução numérica para alguns problemas clássicos de escoamento com solução analítica conhecida. Um desses problemas é o do fluido viscoso em regime laminar confinado em uma cavidade retangular plana. A parede superior da cavidade tem velocidade horizontal para direita, enquanto as outras paredes estão imóveis. Deste modo, as condições de contorno consistem na condição de não deslizamento nas paredes. Os campos de velocidade e pressão devem então ser determinados.

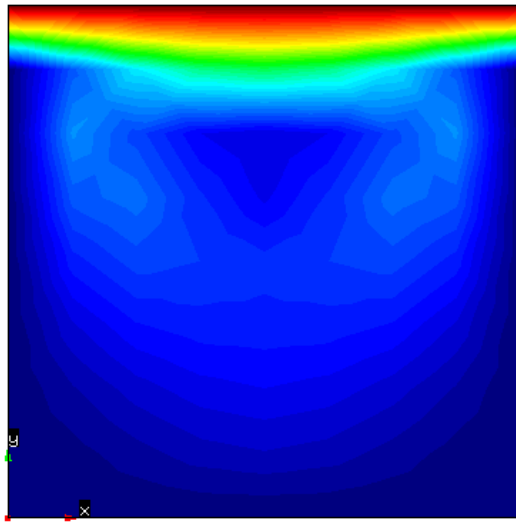

Figura 3: Campo escalar de velocidade

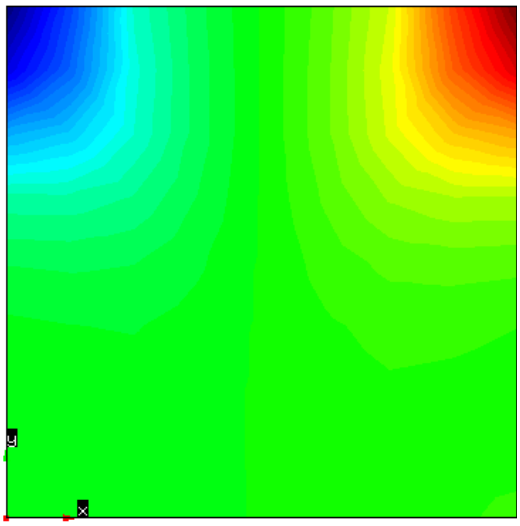

Figure 4: Campo de pressão

Os resultados dependem fortemente da configuração das malhas escolhidas no pré-processamento. Abaixo as soluções para malhas com elementos lineares e quadráticos

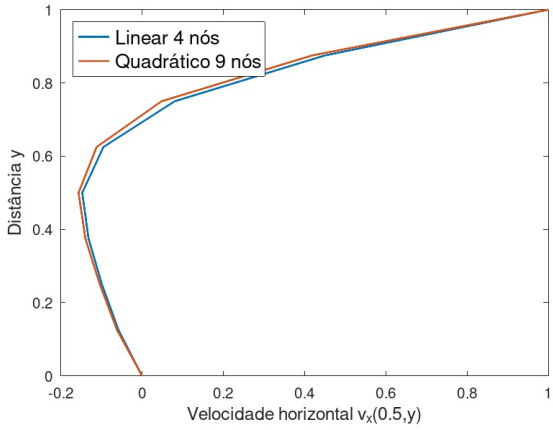

Figura 5: Validação da solução no topo da cavidade

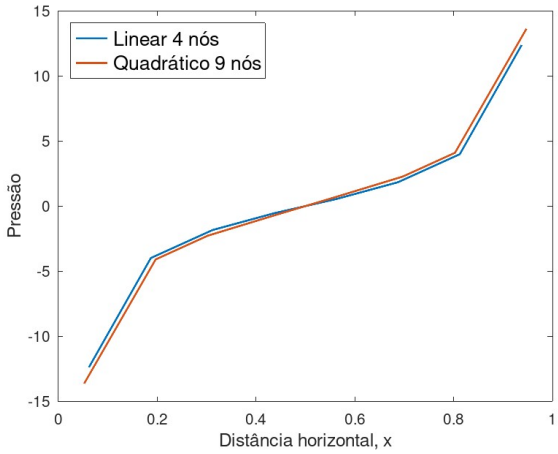

Figure 6: Validação da pressão no topo da cavidade

Estas soluções se aproximam bastante da resposta analítica fornecida pela referência [1]. Para o caso não-linear, a existência de solução analítica é bastante rara, sendo necessário validar a solução numérica através de problemas com solução numérica já conhecida.

BIBLIOGRAFIA

[1] J. N. Reddy, An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis, 2. ed., Oxford University Press, Oxford, (2015)

[2] J. N. Reddy, An Introduction to the Finite Element Method, 3 ed., McGraw–Hill, New York (2006)