XXX Congresso de Iniciação Científica UNICAMP

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIBRAÇÃO DE UMA ESTRUTURA TENSEGRITY

Palavras-chave: Tensegrity, Vibração, Rigídez.

Aluno: Felipe Pinheiro Bau Tanaka **FCA - Unicamp**

Orientador: Jaime Hideo Izuka **FCA – Unicamp**

INTRODUÇÃO À ESTRUTURA

Tensegrity é uma estrutura formada por barras e cabos dispostos de forma padronizada, onde as barras são submetidas a esforços de compressão e os cabos a esforços de tração (Fig. 1). A simplicidade desta estrutura resulta em redução de massa, capacidade de armazenamento em uma forma compacta, rigidez variável e ajustada de acordo com a aplicação desejada. Aplicações aeroespaciais mostram-se promissoras para essa estrutura, onde volume e massa são variáveis críticas.

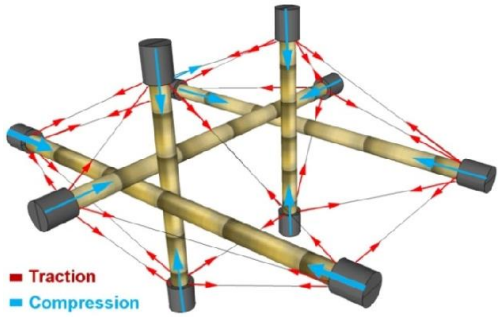

Fig 1: "Tensegrity: Trações e Compressões" (fonte: https://www.semanticscholar.org/paper/Tensegrity-Structure%3A-Experimental-Methodology-for-Ramos-Teixeira/ace2a135ccc8b7d336447b676cd761be3665a041)

O modelamento matemático e a análise de estruturas Tensegrity envolvem sua cinética de abertura até chegar na posição final, a análise estática da estrutura montada e das características modais visando o estudo das vibrações. O foco do trabalho será uma investigação das características modais da estrutura.

APLICAÇÕES REAIS

Existem uma multiplicidade de estruturas Tensegrity, variando de acordo com as combinações entre a quantidade de cabos, barras e a magnitude das tensões impostas. Isso possibilita que sejam encontrados muitas aplicações em áreas como arquitetura, artes, robótica, construção civil, aeroespacial, entre outras. A ponte "Kurilpa Bridge" (Fig. 2), localizada em Brisbane, na Austrália, tem como uma parte importante de sua sustentação uma estrutura tensegrity híbrida. Uma aplicação artística é a obra "Free Ride Home" (Fig. 3), finalizada em 1974 por Kenneth Snelson.

Fig 2: "Kurilpa Bridge" (fonte: https://www.dezeen.com/2015/12/11/dezeen-a-z-advent-calendar-kurilpa-bridge-cox-rayner-architects-architectures-arup-brisbane-australia/)

Fig 3: "Free Ride Home" (fonte: https://global-geography.org/af/Geography/America/United_States/Pictures/New_York/Cornwall-on-Hudson_Storm_King_Art_Park_Free_Ride_Home_von_Kenneth_Snelson)

Um exemplo de aplicação na área aeroespacial são as "antenas refletoras de malha", cuja estrutura é apresentada na Fig. 4. Quando dispostas em satélites de dimensões menores podem proporcionar uma maior simplicidade estrutural.

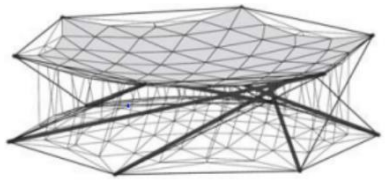

Fig 4: "Antena refletora tensegrity" (fonte: Tibert, 2001)

OBJETIVO DA PESQUISA

Propor um modelo e uma simulação dinâmica de uma estrutura tensegrity através de uma revisão bibliográfica, programação em Python e simulação em um software comercial de elementos finitos.

METODOLOGIA DA PESQUISA

O projeto de uma estrutura tensegrity deve inicialmente verificar a sua forma expandida final através de um modelo cinemático. Esta configuração é determinada a partir de um conjunto de forças que satisfaçam uma condição de equilíbrio. A forma final irá definir a posição das barras e a tensão nos nós. Esta informação é necessária para determinar a distribuição de massa e a rigidez da estrutura. Caso esforços muito grandes sejam aplicados, deverá ser utilizado uma metodologia para resolver este problema não linear. Uma vez determinadas as características modais da estrutura, podemos utilizar esta informação no controle de vibrações da estrutura. A fig. 5 resume a metodologia para o projeto de um tensegrity (Paiva, 2019).

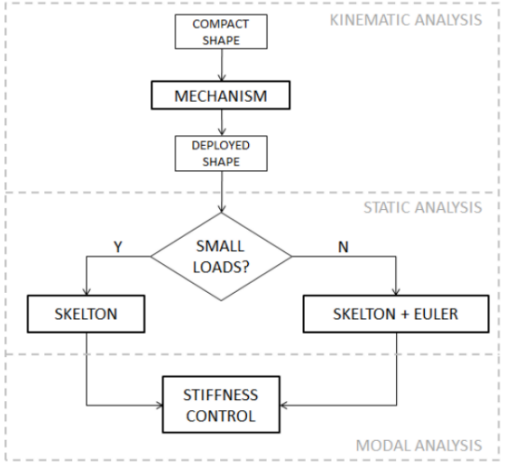

Fig 5: "Metodologia para o projeto de uma estrutura tensegrity" (fonte: Paiva, 2019)

Uma característica extremamente interessante das estruturas Tensegrity é a sua capacidade de alterar a rigidez variando as pré-tensões dos cabos. Dessa forma, é possível escolher uma pré-tensão adequada para evitar que as frequências naturais da estrutura se igualem às frequências de excitação que elas irão sofrer ao longo da sua vida útil, controlando as amplitudes de vibração.

MODELAMENTO MATEMÁTICO

Utiliza-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) como uma boa forma de obter uma solução numérica para um problema específico (Cook, 1995). Para isso, é necessário dividir o mecanismo global em elementos locais, os quais serão formados por nós. Essa discretização permite uma análise do comportamento da estrutura, que no caso do presente trabalho irá focar na determinação das características modais de uma estrutura tensegrity. O modelo dinâmico será implementado em uma rotina computacional que irá determinar as matrizes de massa e rigidez da estrutura, através do MEF. Serão utilizados os elementos de barra e de mola representando respectivamente as barras e os cabos da estrutura.

TENSEGRITY 3 BARRAS

Foi determinado que o modelo de 3 barras e 9 cabos seria analisado, como disposto no desenho CAD da Fig. 6, desenvolvido no software Solidworks.

Os vértices do tensegrity são as junções dos cabos com as barras, e representam os nós do sistema. Tratam-se de 6 nós, e as coordenadas de cada um deles é obtido a partir da determinação da sua altura e do lado da base. Além disso, é necessário determinar as dimensões das seções transversais dos cabos e das barras, e os seus respectivos módulos de elasticidade.

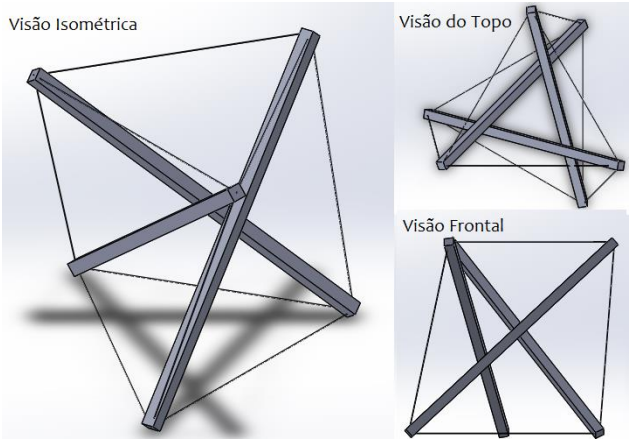

Fig 6: "Vistas do Tensegrity 3 barras" (fonte: Os autores, 2022)

TENSEGRITY 3 BARRAS

Considerando o tensegrity em uma posição estável, deve-se definir o ângulo de torção ψ. Na Fig. 7 temos uma vista superior do objeto de análise, onde está destacado este ângulo ψ .Portanto, para que o tensegrity se encontre estável, o seu ângulo de torção deverá ter um valor de acordo com a equação (1), sendo n_s o número de barras.

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n_s} \qquad (1)$$

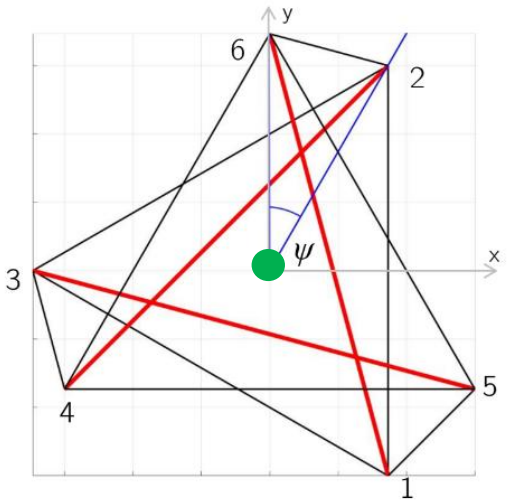

Fig 7: "Vista superior do Tensegrity 3 barras" (fonte: Paiva, 2019)

Dessa forma, como n_s será de 3 barras no tensegrity de análise, o ângulo de torção será de 30º. Essa informação possibilitou o cálculo das coordenadas dos nós, tomando como origem do sistema o ponto em verde da Fig. 7, com a coordenada "z = 0" correspondendo a metade da altura da estrutura. Além disso, após a identificação e a enumeração dos nós, foi encontrado a Matriz de Conectividade, a qual identifica a posição de cada elemento de acordo com os nós que o conecta.

Para o cálculo das pré-tensões também utiliza-se o princípio da simetria. Sabe-se que as pré-tensões das 3 barras (τ_B) serão iguais, dos 6 cabos horizontais (τ_H) serão iguais e dos 3 cabos que conectam as bases (τ_V) também serão os iguais. Portanto, ao fornecer alguma dessas 3 pré-tensões encontra-se as 2 outras, tomando como base a simetria da estrutura em sua forma estável.

MATRIZ DE RIGÍDEZ

A matriz de rigidez de um elemento *k* (equação (2)) pode ser obtido pelo vetor de conectividade c_k e pela matriz S_k (equação (3)) através de um produto de Kronecker. S_k é calculado pela coluna m_k dos elementos da matriz *M* e da densidades de força s_k do respectivo elemento. O primeiro termo é a contribuição da pré-tensão e o segundo corresponde à característica com material. No caso do presente estudo K_B corresponde à rigidez do material, definido pela equação (3) para elementos de barra, enquanto para elementos de mola (cabos do tensegrity) será utilizado uma simplificação do elemento de barra.

$$K_k = c_k . c_k^T \otimes S_k \qquad (2)$$

$$S_k = s_k \left(I_3 - \frac{m_k . m_k^T}{\|m_k\|^2} \right) + K_B . \frac{m_k . m_k^T}{\|m_k\|^2} \qquad (3)$$

$$K_B = \frac{E.A}{L} \qquad (4)$$

MATRIZ DE MASSA

A matriz de massa de um elemento de barra é dado pela equação (5) onde *le* é o comprimento do elemento, ρ é a massa específica do material e $\varphi(x)$ (equação(6)) é a função de forma de primeira ordem (Cook, 1995).

$$M_e = \int_0^{le} \rho [\varphi(x)^T \varphi(x)] dV \qquad (5)$$

$$\varphi(x) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{le} & 0 & \frac{x}{le} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{x}{le} & 0 & \frac{x}{le} \end{bmatrix} \qquad (6)$$

Resolvendo a equação (5), a matriz de massa de um elemento poderá ser obtida pela equação (7).

$$H_k = \frac{\rho \cdot A \cdot le}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad (7)$$

FREQUÊNCIA NATURAL E MODOS DE VIBRAR

A partir da matriz de rigidez global (K_G) e da matriz de massa global (H_G) do tensegrity, é possível obter as frequências naturais ω e seus respectivos modos de vibrar *{d}* pela equação (8).

$$([K_G] - \omega^2.[H_G]).\{d\} = 0 \qquad (8)$$

RESULTADOS PYTHON

Foi utilizado o auxílio da linguagem de programação Python para realização dos cálculos.

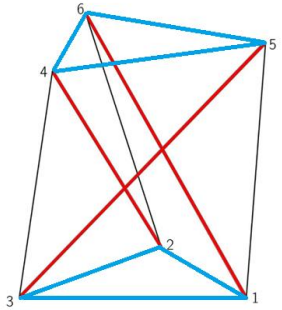

Fig 8: "Vista isométrica do Tensegrity 3 barras" (fonte: adaptado de Paiva, 2019)

Portanto, determinou-se as características modais da estrutura do tensegrity 3 barras e 9 cabos em questão por meio das matrizes de rigidez e de massa utilizando o Método dos Elementos Finitos. As frequências naturais encontradas no programa foram dispostas na tabela 1, desconsiderando as 4 primeiras que se aproximaram muito de zero já que trata-se de um sólido sem restrições no espaço. A pré-tensão fornecida no programa foi dos 6 cabos horizontais (indicados em azul na Fig. 8), com o valor de 10N.

Tabela 1: Frequências naturais do tensegrity 3 barras e 9 cabos em Hz.

Modos	Frequência Natural (Hz)	Modos	Frequência Natural (Hz)
1	57,5	7	242,1
2	126,5	8	242,1
3	126,5	9	286,4
4	154,3	10	3925,0
5	154,3	11	3925,0
6	221,7	12	3953,8

RESULTADOS SOFTWARE COMERCIAL

A validação dos resultados obtidos pela rotina computacional foi feita através do software comercial Ansys Mechanical APDL.

Os parâmetros escolhidos para essa validação foram as frequências naturais e os modos de vibrar. Na fig. 9 há uma representação do modelo desenvolvido no software. Os resultados das frequências naturais obtidas pelo software comercial foram os mesmos da rotina computacional em Python (tabela 1), o que validou a programação desenvolvida.

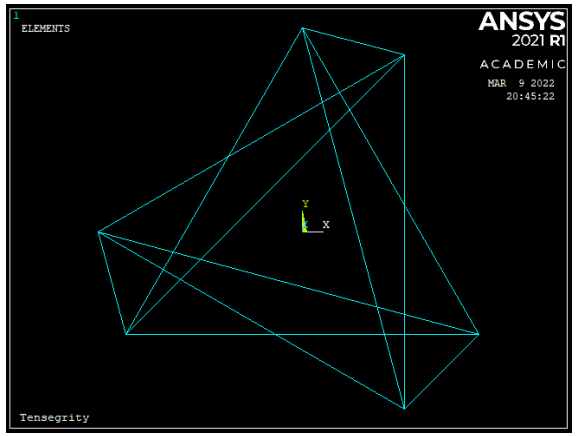

Fig 9: "Representação do modelo do Tensegrity 3 barras e 9 cabos no Mechanical APDL" (fonte: Os autores, 2022)

CONCLUSÕES

O método dos elementos finitos se mostrou eficiente para fornecer as características modais de uma estrutura tensegrity "3 barras e 9 cabos". Os resultados das frequências naturais contribuem para um melhor estudo sobre como projetar um tensegrity e em quais condições ele teria um melhor desempenho. Ademais, a variação nos valores das pré-tensões fornecidas aos cabos (ou barras) se mostrou uma maneira eficiente de ajustar as frequências naturais da estrutura, o que poderá contrubuir para estudos futuros dos tensegrities e suas aplicações.

BIBLIOGRAFIA

COOK R. “Finite Element Modeling for Stress Analysis”. Madison: University of Wisconsin, 1995.

DEIFELD, T.E.C.; PAULETTI, R.M.O. “Um breve estudo sobre as estruturas tensegrity”. I Simpósio Nacional sobre Tensoestruturas. São Paulo, 6-7 de maio de 2002. Anais do Simpósio. 1 CD-ROM.

FULLER, R.B. “Tensile-Integrity Structures”. US Patente 3.063.521, 13 Novembro 1962.

FURUYA, H. “Concept of deployable tensegrity structures in space application”. International journal of space structures, Nagoya, v. 7, n. 2, p. 143-151, May 1992.

LIU, Y.; Bi, Qing; Yue, X.; Wu, J.; Yang, B.; Li, Y. “A review on tensegrity structures-based robots”, Mechanism and Machine Theory 168 (2022) 104571, Jinan, China, 2021.

MOTRO R.; NAJARI S.; JOUANNA P. “Tensegrity systems”. From design to realization. Proceedings of the First International conference on Lightweight structures in architecture, Sydney, 1986.

PAIVA, V.; KURKA, P.; IZUKA, J. “Kinematics and Dynamics of a Tensegrity Structure in Expansion”, em 31st Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Belo Horizonte-MG, 2018.

PAIVA, Victor Antonio Seixas de Menezes. “Static, dynamic and modal analysis of tensegrity structures and mechanisms: Análise estática, dinâmica e modal de estruturas e mecanismos tensegrity”. 1 recurso online (79 p.). Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, SP, 2019.

PAUL C.; LIPSON H.; VALERO C.F.J. “Design of Tensegrity Robots for Fault Tolerant Locomotion”. In Proceedings of 12th International Conference on Advanced Robotics (ICAR). Seattle, Washington, USA. July 18th-20th. 2005.

PUGH, A. “An Introduction to Tensegrity”. Berkeley/Los Angeles: Univ. California Press, 1976.

RAMOS, C.; TEIXEIRA, R.; RIPPER, J. “Tensegrity Structure: Experimental Methodology for Wheelchair Design”. Universal Journal of Public Health 6(3): 135-145, 2018, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 2018.

SCHORR, P.; BÖHM, V.; ZENTNER, A.; ZIMMERMANN, K. “Motion characteristics of a vibration driven mobile tensegrity structure with multiple stable equilibrium states”, Journal of Sound and Vibration 437 (2018) 198-208, Ilmenau University of Technology, Max-Planck-Ring 12, 98693, Ilmenau, Germany.

SHUO, M.; CHEN, M.; SKELTON, R. “Tensegrity system dynamics based on finite element method”, Composite Structures 280 (2022) 114838, a College of Civil Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310014, China.

SKELTON, R.; DE OLIVEIRA, M. “Tensegrity Systems”. 1ª edição. Nova Iorque: Springer, 2009.

SNELSON, K.D. “Continuous tension, Discontinuous Compression Structures”. US Patente 3.169.611, 16 Fevereiro 1965.

SONG, K.; SCARPA, F.; SCHENK, M. “Form-finding of tessellated tensegrity structures”, Engineering Structures 252 (2022) 113627, Bristol Composites Institute, University of Bristol, United Kingdom.

TEIXEIRA, L. H. ; IZUKA, J.H. ; GONZALES, P. ; KURKA, P. R. G. . A Numerical Analysis of the Dynamics of a Tensegrity-Membrane Structure. In: 31st Congress of the International Council of the Aeronautical Science, 2018, Belo Horizonte. Proceedings of the 31st Congress of the International Council of Aeronautical Science, 2018. v. 1. p. 1-4.

TIBERT, A.G. “Deployable tensegrity structures for space applications”. PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2002.

TIBERT, A.G.; PELLEGRINO, S. “Furlable Reflector Concept For Small Satellites”. Proc. 42th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA-2001-11261. Seattle, WA, USA. 16-19 April 2001.

TIBERT, A.G.; PELLEGRINO, S. “Deployable Tensegrity Masts”. Proc. 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA-2003-1978. Norfolk, VA, USA. 7-10 April 2003.