XXX Congresso de Iniciação Científica UNICAMP

Interação de feixes de elétrons com materiais magnéticos

Palavras-Chave: Microscopia Eletrônica, Microscopia Lorentz, Efeito Aharonov-Bohm

Autores:
Guilherme Kuhl Soares (IFGW)
Prof. Dr. Diego Muraca (DFA-IFGW)

1 Introdução

Neste projeto pretendeu-se desenvolver um estudo sobre a Microscopia Lorentz, técnica de microscopia eletrônica voltada para a análise de materiais e nanomateriais magnéticos, detalhando os seus fundamentos teóricos, metodologias experimentais e aplicações. Atrelado a isso, apresentar a descrição, aplicação em geometrias simples, fundamentos e discussão física-epistemológica sobre o efeito Aharonov-Bohm, e seu papel descritivo na Microscopia Lorentz e em outros contextos.

A Microscopia Lorentz tem como base de seu funcionamento a deflexão sofrida por um feixe de elétrons ao ser transmitido por um material magnetizado [1]. A formulação básica da técnica é feita a partir da força de Lorentz, ou seja, uma formulação baseada na física clássica. Contudo, quando são tratados materiais na escala nanométrica, efeitos que não estão previstos na teoria eletrodinâmica clássica são observados, como, por exemplo, franjas de interferência paralelas às paredes de domínio magnético. Com isso, para se obter uma descrição completa dos efeitos observáveis é necessário adotar uma formulação baseada na mecânica quântica – utilizando uma formulação ondulatório para os elétrons do feixe [1, 2].

Os dois métodos experimentais básicos da microscopia Lorentz são chamados de *método de Fresnel* e *método de Foucault*. A utilização destas metodologias permite a obtenção de imagens com alto contraste das *paredes de domínio* e dos *domínios* magnéticos, respectivamente [1]. Ambos os métodos são baseados na deflexão sofrida pelo feixe de elétrons devido a sua interação com os diferentes domínios magnéticos. Tal interação é formulada, classicamente, por meio da força de Lorentz $\vec{F}_L = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, onde e é a carga do elétron, $\vec{E}$ o campo elétrico da amostra, $\vec{v}$ a velocidade dos elétrons e $\vec{B}$ o campo magnético da amostra.

Por outro lado, para descrever a interação entre um material magnetizado e uma partícula carregada, no caso, elétrons, no contexto da mecânica quântica, se adota o efeito Aharonov-Bohm [1, 3, 4, 5, 6]. Este efeito prediz que quando uma partícula carregada atravessa uma região em que os campos eletromagnéticos são nulos, mas os potenciais eletromagnéticos não são, o fator de fase da função de onda que descreve os elétrons será alterado. Com isso, quando um feixe de elétrons é dividido em dois feixes, inicialmente coerentes, e cada um destes feixes viaja por uma região diferente do material, há uma mudança de fase relativa entre as funções de onda dos elétrons destes dois feixes, de modo que o padrão de interferência citado anteriormente surge. A deflexão de Lorentz pode ser formulada a partir do gradiente da mudança de fase entre os feixes [1]. Esta formulação baseada na mecânica quântica contempla àquela baseada na mecânica clássica e explica os efeitos citados.

Além da aplicabilidade do efeito Aharonov-Bohm na Microscopia Lorentz, houve, e ainda há, uma grande discussão relacionada à interpretação e explicação física para este efeito. É proposto por Yakir Aharonov e David Bohm em seu trabalho original [3], e em seus trabalhos posteriores [7, 8, 9], que este efeito se deve aos potenciais eletromagnéticos (escalar, V, e vetorial, $\vec{A}$) e, assim, estes devem ser tomados como quantidades fisicamente significativas na mecânica quântica. Uma das vertentes do projeto é resumir, detalhar e analisar toda essa discussão advinda e relacionada ao efeito desde a época em que ele foi previsto até os dias atuais, expondo os argumentos contrários [10, 11, 12, 13, 14, 15] e aqueles tomados como favoráveis [7, 8, 9, 16, 17] a tal interpretação, interpretações

e descrições alternativas [11, 12, 13], assim como uma discussão qualitativa sobre a importância deste efeito para a teoria quântica como um todo.

Tal discussão se faz necessária para a compreensão do efeito – que hoje sabe-se por inúmeras comprovações e evidências experimentais que é real [18, 19, 20, 21, 22, 23]. Além disso, atualmente são conhecidos efeitos similares ao efeito Aharonov-Bohm em outros regimes físicos como, por exemplo, o gravitacional [24, 25, 26], e ele é aplicável em outros contextos [27].

Como explicado anteriormente, o efeito Aharonov-Bohm trata-se da mudança de fase sofrida pela função de onda do elétron quando este viaja por uma região em que existem potenciais eletromagnéticos não nulos. Outra parte do projeto é o cálculo desta mudança de fase para geometrias simples: nanopartícula magnetizada; um nanofio magnetizado; e, um disco com magnetização em vórtice. Para determinar esta grandeza é necessário, primeiramente, determinar o potencial vetorial, $\vec{A}$, produzido pelas magnetizações consideradas nestas geometrias. Comparando estes resultados pode ser possível determinar qual o tipo de magnetização da amostra (tendo em vista que o que é obtido experimentalmente é a mudança de fase).

2 Metodologia

Por se tratar de um projeto com objetivos teóricos, a metodologia empregada constituiu em uma extensa análise e pesquisa bibliográfica, no cálculo do potencial vetorial para as diferentes geometrias citadas e no cálculo da mudança de fase de um feixe de elétrons transmitido por elas.

Nos cálculos e na produção dos gráficos, algumas ferramentas, como o Mathematica [30], se mostraram essenciais e foram utilizadas extensivamente, tanto para o cálculo do potencial vetorial quanto para o cálculo da integral da fase. Tal ferramenta foi utilizada nos cálculos referentes ao nanofio com magnetização uniforme e ao disco com magnetização em vórtice. A mesma ferramenta também foi utilizada para produzir os gráficos destes resultados e analisá-los.

3 Resultados e discussões

3.1 Resultados

3.1.1 Partícula magnetizada uniformemente

Para determinar a mudança de fase sofrida pelo feixe de elétrons ao ser transmitido por uma nanopartícula uniformemente magnetizada, foi considerado trabalhos e resultados já existentes na literatura [1, 29]. A determinação da fase foi feita utilizando da equação [1]

$$\phi_m(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{A}(\vec{r}) \cdot d\vec{l}, \tag{1}$$

onde l é o caminho descrito pelo feixe.

Assim, o primeiro resultado para a fase, que foi usado como parâmetro para as outras geometrias, é

$$\widetilde{\phi}_m^{>}(x,y) = \frac{\phi_m^{>}(x,y)}{B_\perp a^2} = \frac{e}{\hbar}\frac{\widetilde{y}}{\widetilde{x}^2+\widetilde{y}^2}, \tag{2}$$

fora da esfera ($\widetilde{r} > 1$) e,

$$\widetilde{\phi}_m^{<}(x,y) = \frac{\phi_m^{<}(x,y)}{B_\perp a^2} = \frac{e}{\hbar}\frac{\widetilde{y}}{\widetilde{x}^2+\widetilde{y}^2}\left\{1-[1-(\widetilde{y}^2+\widetilde{x}^2)]^{3/2}\right\}, \tag{3}$$

para dentro da esfera ($\widetilde{r} < 1$). As coordenadas expressas como $\widetilde{X}$ estão normalizadas em função do raio da esfera.

3.1.2 Fio magnetizado uniformemente

O nanofio foi modelado como um cilindro de raio R com magnetização uniforme $\vec{M} = M_0\hat{z}$ e comprimento infinito. O potencial vetorial para um objeto magnetizado qualquer pode ser determinado por [29] (pág. 188, adaptada),

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\mathcal{V}} \frac{\vec{J_M}(\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|}d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\mathcal{S}} \frac{\vec{K_M}(\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|}da', \tag{4}$$

onde $\vec{J}_M = \vec{\nabla}\times\vec{M}$ é a corrente de magnetização volumétrica e $\vec{K}_M = \vec{M}\times\hat{n}$ a corrente de magnetização superficial. Como a magnetização é uniforme, $\vec{J}_M = 0$. Contudo, utilizando coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z), $\vec{K}_M = M_0(\hat{z}\times\hat{\rho}) = M_0\hat{\phi}$ (para $\hat{n} = \hat{z}$, $\vec{K}_M = 0$). Nota-se que a corrente fluí apenas na superfície do cilindro, o que representa uma situação semelhante à um solenoide ideal. Considerando o regime magnetostático através da definição $\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$, e os valores do campo magnético $\vec{B}$ para um solenoide ideal, obtém-se uma aproximação para o potencial vetorial:

$$\int_{\mathcal{S}} \vec{B}\cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{S}} (\vec{\nabla}\times\vec{A})\cdot d\vec{a} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{A}\cdot d\vec{l} \quad\Rightarrow\quad \vec{A} = \frac{\mu_0 M_0 L}{2}\frac{\rho R^2}{(\rho^2 > R^2)}\hat{\phi} \tag{5}$$

onde $\mathcal{C}$ é o caminho que circunda a superfície $\mathcal{S}$, L é o comprimento do fio e $\widetilde{\rho} = \sqrt{\widetilde{y}^2 + \widetilde{z}^2}$. Para este potencial vetorial e um feixe de elétrons viajando na direção $\hat{x}$ (o eixo do cilindro em $\hat{z}$), obtém-se os resultados:

$$\widetilde{\phi}_m^{>}(\widetilde{y}) = \frac{\phi_m^{>}(y)}{\mu_0 M_0 L R^2} = -\frac{e\pi}{2\hbar}, \tag{6}$$

para fora do cilindro ($\widetilde{\rho} > 1$), e

$$\widetilde{\phi}_m^{<}(\widetilde{y}) = \frac{\phi_m^{>}(y)}{\mu_0 M_0 L R^2} = -\frac{e}{\hbar}\left\{\sqrt{1-\widetilde{y}^2} + \frac{1}{\widetilde{y}}\left[\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\widetilde{y}^2}}{\widetilde{y}}\right)\right]\right\} \tag{7}$$

para dentro do cilindro ($\widetilde{\rho} < 1$).

3.1.3 Disco com magnetização em vórtice

Para estudar um sistema com *magnetização em vórtice* foi considerado um disco de raio b, espessura t e magnetização em vórtice $\vec{M} = M_0\hat{\phi}$. Para essa geometria e configuração de magnetização, as densidades de corrente de magnetização serão, em coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z):

$$\begin{aligned} &\vec{J}_M = \frac{M_0}{\rho'}\hat{z}; \quad \vec{K}_M^{(1)} = -M_0\hat{z}, \quad (\rho' = b); \\ &\vec{K}_M^{(2)} = -M_0\hat{r}, \quad (z' = 0); \quad \vec{K}_M^{(4)} = M_0\hat{r}, \quad (z' = t). \end{aligned} \tag{8}$$

A metodologia utilizada para efetuar os seguintes cálculos consiste na expansão do termo $1/|\vec{r}-\vec{r'}|$ em termos de *harmônicos toroidais*[31, 32, 33], que levam a resultados equivalentes às expansões em termos das funções de Bessel [29, 32] (metodologia padrão para simetrias cilíndricas) e que é adequada para geometrias cilíndricas como a utilizada aqui [31]. Essas expansões são da forma:

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r'}|} = \frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}}\sum_{m=0}^{\infty}\epsilon_m Q_{m-1/2}(\beta)\cos m(\phi-\phi'), \tag{9}$$

onde,

$$Q_{m-1/2} = \frac{\pi}{(2\beta)^{m+1/2}2^m}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n+2m-1)!!}{2^{2n}(n+m)!n!}\frac{1}{(2\beta)^{2n}}, \tag{10}$$

e $\beta = (\rho^2 + \rho'^2 + (z-z')^2)/2\rho\rho' > 1$. Ao observar que as densidades de corrente (8) possuem simetria azimutal, pode ser considerado apenas o termo $m = 0$ em (9) e (10). Substituindo as densidades de corrente e a expansão (9) na equação (4) e tomando como ponto de observação um ponto no plano xz ($\phi = 0$), é possível determinar o potencial vetorial do disco e, com ele, calcular a fase. Os cálculos são um tanto extensos e aqui será exposto apenas os resultados para os termos $n = 0$ e $n = 1$ da série. Estes resultados são, respectivamente,

$$\begin{aligned} \widetilde{\phi}_m^{n=0}(\widetilde{x},\widetilde{y}) = \frac{\phi_m^{n=0}(x,y)}{\mu_0 M_0 b^2} = &-\frac{4e}{\hbar}\frac{\widetilde{t}(\widetilde{L}^2+\widetilde{\rho}^2)}{(1+\sqrt{\widetilde{\rho}^2+\widetilde{L}^2})(\sqrt{\widetilde{\rho}^2+\widetilde{L}^2}-1)}\times \\ &\times\left[\widetilde{\rho}\arctan\left(\frac{\widetilde{L}}{\widetilde{\rho}\sqrt{\widetilde{\rho}^2+\widetilde{L}^2+1}}\right) + \widetilde{L}\ln\left(\frac{\sqrt{\widetilde{\rho}^2+\widetilde{L}^2}}{1+\sqrt{\widetilde{\rho}^2+\widetilde{L}^2+1}}\right)\right], \end{aligned} \tag{11}$$

onde $\widetilde{L} = L/b$ foi definido como o comprimento vertical normalizado da coluna do microscópio (*i.e.*, o percurso viajado pelo feixe), e

$$\widetilde{\phi}_m^{n=1}(\widetilde{x},\widetilde{y}) = \frac{\phi_m^{n=1}(x,y)}{\mu_0 M_0 b^2} = -\frac{4e}{\hbar}\widetilde{t}\left(\frac{\widetilde{\rho}}{2}\right)^2 \frac{3+\widetilde{\rho}^2}{(\widetilde{\rho}^2+1)^2} + c, \tag{12}$$

onde c é uma constante devido a sucessivas aproximações numéricas realizadas, $\widetilde{\rho} = \sqrt{\widetilde{x}^2+\widetilde{y}^2}$ e se empregou, novamente, coordenadas normalizadas em função do raio do disco.

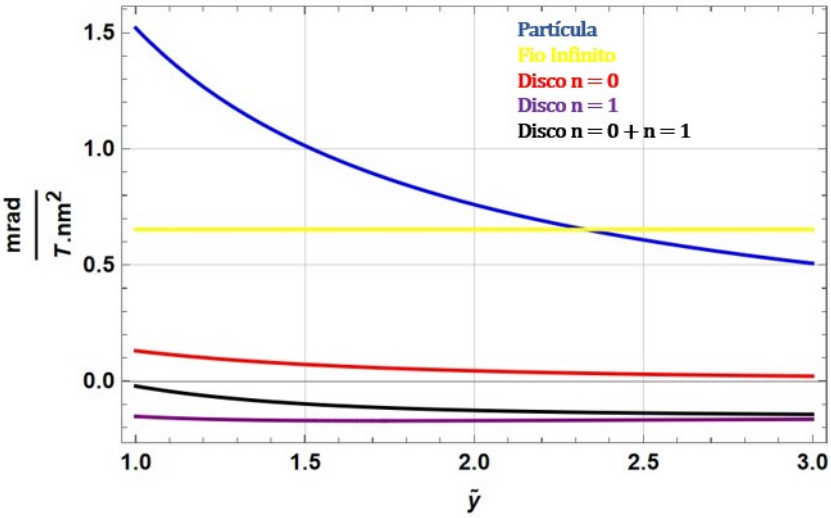

Figura 1: Comparativo entre as mudanças de fase na região externa de uma partícula (azul), um fio infinito (amarelo) e um disco com magnetização em vórtice (termo $n = 0$ em vermelho, $n = 1$ em roxo e $n = 0 + n = 1$ em preto).

3.2 Discussões

Com todos as equações anteriores normalizadas é possível comparar o comportamento da fase para cada uma das geometrias, *vide* figura (1). Foi considerado a região externa das geometrias pois, apesar de [31] garantir que a expansão em termos de harmônicos toroidais pode ser feita considerando todo o espaço, acreditamos que os resultados não sejam coerentes com o que seria fisicamente esperado no contorno do disco [1]. A divergência encontrada no comportamento da fase para o fio infinito deve-se ao modelo matemático empregado (o de um fio infinito). Neste modelo, o potencial vetorial produzido pela magnetização se estende até o infinito, o que explica o resultado constante para a fase no exterior do fio [2].

O importante a ser notado é que, com exceção do fio infinito, a mudança de fase possui um comportamento similar para todas as geometrias. Os resultados para o disco ($n = 0$ e $n = 1$ do somatório) e o resultado para a esfera tende a zero no infinito e todos eles são da mesma ordem de grandeza. O ato de somar os termos $n = 0$ e $n = 1$ da expansão utilizada resulta em uma curva com comportamento muito similar ao do termo $n = 0$, porém, deslocada para baixo. Assim, é possível prever que os termos de ordem superior possuem um papel de refinar o resultado, não de alterá-lo significativamente e, pode-se induzir, que ao somar um número suficientemente grande de termos, a curva resultante tenderá a zero no infinito e descreverá com maior precisão a mudança de fase.

4 Conclusões

A Microscopia Lorentz têm se mostrado uma técnica importante no estudo de materiais e nanomateriais magnetizados e pode contribuir para o contínuo avanço tecnológico vinculado ao magnetismo em materiais em escalas cada vez menores. O efeito Aharonov-Bohm é, além de um dos pilares da Microscopia Lorentz, um fenômeno físico que ainda causa surpresas e pode estar vinculado à um futuro grande desenvolvimento da física, em especial, na teoria

[1] Tais resultados e constatações ainda estão sendo verificados e analisados.

[2] Este modelo foi utilizado pois representa o mesmo modelo utilizado por Aharonov e Bohm em seu artigo de 1959 [3] e, assim, possuí valor conceitual e epistemológico dentro do presente contexto; resultados mais realistas podem ser obtidos considerando um fio com dimensões reais e a expansão em harmônicos toroidais ou em funções de Bessel [31, 29]).

quântica [26, 25]. Os resultados obtidos através do efeito Aharonov-Bohm, no contexto da Microscopia Lorentz, possuem grande valor teórico e experimental e talvez possam ser usados para diferenciar entre os possíveis tipos de magnetização através da mudança de fase sofrida pelo feixe de elétrons do microscópio.

Referências

[1] Graef, M. de; Yajima, Y., Magnetic Imaging and its Applications to Materials, Academic Press, 2001;

[2] P. B. Hirsch, A. Howie, *et.al.*, Electron Microscopy of Thin Crystals, cap. 16, The Authors, 1965;

[3] Aharonov, Y.; Bohm, D., Physical Review, 115, 3, 485, 1959;

[4] Erlichoson, H., American Journal of Physics, 38, 2, 1970;

[5] Peshkin, M.; Tonomura, A., The Aharonov-Bohm Effect, Lecture Notes in Physics, Springer, 1989;

[6] Olariu, S.; Iovitzu Popescu, I., Review of Modern Physics, 57, 2, 1985;

[7] Aharonov, Y.; Bohm, D., Physical Review, 123, 4, 1961;

[8] Aharonov, Y.; Bohm, D., Physical Review, 125, 6, 1962;

[9] Aharonov, Y.; Bohm, D., Physical Review, 130, 4, 1963;

[10] DeWitt, B. S., Physical Review, 125, 6, 1962;

[11] Belinfante, F. J., Physical Review, 128, 6, 1962;

[12] Liebowitz, B., Il Nuovo Cimento, 38, 2, 1965;

[13] Boyer, T. H., Physical Review D, 8, 6, 1973;

[14] Feinberg, E. L., Soviet Physics Uspekhi, 5, 5, 1963;

[15] Bocchieri, P.; Loinger, A., Il Nuovo Cimento, 47 A, 4, 1978;

[16] Furry, W. H.; Ramsey, N. F., Physical Review, 118, 3, 1960;

[17] Werner, F. G.; Brill, D. R., Physics Review Letters, 4, 349, 1960;

[18] Chambers, R. G., Physics Review Letters, 5, 3, 1960;

[19] Marton, L.; *et.al.*, Journal of Applied Physics, 32, p 1153, 1961;

[20] Allman, B. E., *et.al.*, Physical Review Letters, 68, 16, 1992;

[21] Boersch, H.; *et.al.*, Zeitschrift für Physik, 159, 397, 1960;

[22] Möllenstedt, G.; Bayh, W., Naturwissenschaften, 49, p 81-82, 1962;

[23] Tonomura, A.; *et.al.*, Physical Reviw A, 34, 2, 1986;

[24] Audretsch, J.; Lämmerzahl, C., J. of Phy. A: Math. and Theo., Gen. 16, p 2457, 1983;

[25] Roura, A., Science, 375, Issue 6577, 2022;

[26] Overstreet, C.; *et.al.*, Science, 375, p 226 - 229, 2022;

[27] Tonomura, A., Proceedings of the Japan Academy, Series B, 82, 2, 2006;

[28] Graef, M. de;*et.al.*, Journal of Microscopy, 194 pt.1, p 84 - 94, 1999;

[29] Jackson, J. D., Classical Electrodynamics, 2ª edição, John Wiley & Sons, Inc., 1975;

[30] Mathematica, versão. 13, 2021, Wolfram Research Inc., Champaign, Il, EUA;

[31] Selvaggi, J. P., *et.al.*, American Jounal of Physics, 75, 8, 2007;

[32] Cohl, H. S.; Tohline, J. E., The Astrophysical Journal, 527, 86-101, 1999;

[33] Cohl, H. S., *et. al.*, Physical Review A, 64, 052509, 2001;