



## Análise qualitativa de um modelo de propagação de dengue.

Mateus Santos Rocha\*, Bianca Morelli Rodolfo Calsavara.

### Resumo

Para muitos sistemas de equações diferenciais ordinárias não é possível obter explicitamente suas soluções. Porém, é possível obter informações sobre estas soluções realizando um estudo qualitativo do sistema sem resolvê-lo. Neste trabalho foram estudadas ferramentas para análise qualitativa de sistemas de  $n$  equações diferenciais ordinárias e  $n$  incógnitas. Posteriormente, foi feita uma análise qualitativa para um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares que descreve a propagação de dengue para populações espacialmente homogêneas de mosquitos (na fase aquática, suscetíveis na fase alada e infectados na fase alada) e de humanos (suscetíveis e infectados).

### Palavras-chave:

Equações diferenciais ordinárias, Dengue, Análise de ponto de equilíbrio.

### Introdução

A estabilidade assintótica de singularidades de sistemas lineares de equações diferenciais ordinárias foi estudada através de uma análise de seus autovalores. Então foi estudada a estabilidade assintótica de singularidades de sistemas autônomos não lineares utilizando linearização do sistema juntamente com os critérios do caso linear.

Foram, então, aplicadas estas ferramentas a um sistema que descreve a propagação de dengue. Tal sistema é um sistema autônomo de 5 equações diferenciais ordinárias não lineares acopladas, cujas variáveis são funções do tempo  $t$  que descrevem as populações de: mosquitos na fase aquática, mosquitos na fase alada suscetíveis, mosquitos na fase alada infectados, humanos suscetíveis e humanos infectados.

### Resultados e Discussão

Foi considerado um sistema autônomo de cinco equações diferenciais ordinárias não lineares acopladas que descreve a propagação de dengue em determinada região.

Para este sistema foram encontradas 3 singularidades, denotadas por  $P_0$ ,  $P_1$  e  $P_2$ .

A singularidade  $P_0$  representa uma região livre de mosquitos e com todos os seres humanos suscetíveis. A condição necessária e suficiente para que esta singularidade seja assintoticamente estável é que o chamado parâmetro ecológico  $Q_0$  seja menor que 1. Isto significa que dada uma população inicial de mosquitos suficientemente pequena, os mosquitos férteis não consigam produzir fêmeas o suficiente para se estabelecer no ambiente.

A singularidade  $P_1$  representa uma região com mosquitos e seres humanos, porém sem nenhuma infecção por dengue. A condição necessária e suficiente para que esta singularidade seja assintoticamente estável é que o parâmetro ecológico  $Q_0$  seja maior que 1 e que a chamada reprodutibilidade basal  $R_0$  seja menor que 1. Biologicamente,  $Q_0$  maior que 1 significa que dada uma população inicial de mosquitos, esta não tenderá à extinção com o passar do tempo devido à produção suficiente de fêmeas por mosquitos férteis. Já  $R_0$  ser menor que 1 significa que dada uma população inicial de

mosquitos infectados, a infecção de mosquitos suscetíveis por humanos infectados é baixa o suficiente para que, com o passar do tempo, as populações de mosquitos e humanos infectados tendam a zero.

A singularidade  $P_2$  representa uma região com população não nula de mosquitos e humanos, suscetíveis e infectados. Para esta singularidade foram feitas simulações numéricas em dois tipos de ambientes: com temperatura de 30°C e com temperatura de 20°C, ambos com densidade média de 150 habitantes por km<sup>2</sup>, similar à densidade do estado de São Paulo. Os parâmetros para estas simulações foram obtidos em Maidana & Yang [3]. Todas as simulações mostraram que, nas condições dadas, as soluções tendem a se estabilizar em um certo ponto, que é, de fato, a singularidade  $P_2$ . Calculando explicitamente a singularidade  $P_2$  para estes dois casos mencionados acima, foi obtido que é assintoticamente estável.

### Conclusões

Foi possível estabelecer condições necessárias e suficientes para determinar a estabilidade assintótica de duas das três singularidades do sistema que descreve a propagação de dengue. Para a terceira singularidade foram feitas oito simulações numéricas, para duas temperaturas distintas. Em todas as simulações as soluções tendem à singularidade  $P_2$  quando  $t \rightarrow \infty$ , logo para tais condições a singularidade  $P_2$  é assintoticamente estável. Assim, conseguiu-se obter informações sobre o comportamento assintótico de soluções de um sistema de 5 equações diferenciais ordinárias não lineares acopladas que descreve a propagação de dengue em um ambiente sem obtê-las explicitamente. Dessa forma, o objetivo do projeto foi cumprido.

<sup>1</sup> SALES, Nazime. *Análise qualitativa de um modelo de propagação de dengue para populações espacialmente homogêneas*. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas. 2015.

<sup>2</sup> BRAUN, Martin. *Differential Equations and Their Applications*. New York, EUA, Springer-Verlag New York. 1941.

<sup>3</sup> MAIDANA, N.; YANG, H. *Describing the geographic spread of dengue disease by traveling waves*.