

Da impossibilidade semântica das matrizes aos mundos possíveis

João G. N. D. de Oliveira*

Resumo

Este projeto visa investigar o Teorema de Dugundji e suas consequências no campo da Lógica Modal. Resultados limitativos são de extrema relevância uma vez que induzem a busca por aprimoramentos conceituais para a área em questão. O objetivo deste trabalho é propedêutico no sentido em que se trata de uma análise a respeito da recepção dos lógicos ao chamado Teorema de Dugundji seguida de um estudo aprofundado da completude dos sistemas modais normais mais conhecidos via Semântica de Kripke.

Palavras-chave:

Lógica modal, Semânticas de Kripke, Teorema de Dugundji

Introdução

Em seus primórdios a lógica foi desenvolvida, em parte, da preocupação dos filósofos em estruturar o raciocínio ou a lógica de um argumento. Por meio da publicação em [Boo58] por Gerge Boole, passamos a entender a lógica como uma disciplina formal. Gottlob Frege (1848-1925) se ocupou por cerca de 30 anos com um projeto ambicioso: o de reduzir a matemática à lógica. Nessa empreitada, Frege desenvolveu em seu Begriffsschrift (cf. [Fre79]) uma notação própria para expressar os raciocínios da lógica silogística de Aristóteles vindo a corrigir uma série de imprecisões devido ao uso da linguagem natural, após essa seção que ficou conhecida como a crise dos fundamentos, surgem as tentativas de dar um significado semântico aos denominados sistemas modais ([LL32] por Lewis e Langford), resultado atingido por meio dos estudos de Dugundji ([Dug40]) e consolidado posteriormente por Saul Kripke em [Kri59].

Resultados e Discussão

Podemos dizer que a lógica modal é uma espécie de paraíso tanto para a filosofia como para a computação. Investigar os problemas formais relacionados a Lógica Modal levando em consideração a repercussão filosófica é o objetivo deste projeto de Iniciação Científica. Para tanto usaremos além de um ferramental histórico e teórico, os recentes desenvolvimentos de softwares que simulam tais raciocínios. O presente trabalho tem como objetivo estudar sistematicamente os resultados limitativos obtidos por J. Dugundji a fim de entender as técnicas usadas para a obtenção desse tipo de resultado. Num segundo momento a investigação passará para um estudo minucioso das semânticas de mundos possíveis, propostas por S. Kripke, para enfim estudar como se pode obter a completude dos sistemas modais normais mais populares na literatura. A pesquisa no campo da Logica Modal se estende por diferentes áreas, desde a combinação de sistemas modais com outros tipos de lógicas, por exemplo as lógicas paraconsistentes, vide os sistemas catódicos estudados em [BS10] e [BS12], até o desenvolvimento de provadores de teoremas para esse tipo de lógica. Nos últimos anos o número de ferramentas computacionais para Logicas Modais tem crescido significativamente em razão do alto grau de aplicabilidade dos conceitos computacionais ligados as modalidades e multimodalidades.

Conclusão

O estudo dos presentes resultados limitativos foram de extrema relevância uma vez que induzem a busca por aprimoramentos conceituais para a área em questão. O resultado limitativo de James Dugundji de 1940 serviu para nortear os lógicos na busca de uma semântica para os sistemas S1-S5, sendo atingida definitivamente pelo jovem Saul Kripke, em 1959, propondo as chamadas semânticas de mundos possíveis. Método que traz ferramentas tanto para a lógica quanto para a computação, atualmente.

Agradecimentos

Instituição de fomento: CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico)

Boole, G.: An Investigation of The Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities. Dover, New York, 1958.

Bueno-Soler, J.: Models for anodic and catholic multimodalities. Logic Journal of IGPL, 20(2):458–479, 2012

Carnap, R.: Meaning and Necessity. University of Chicago Press, Chicago U. P., 1947

Coscarelli, Bruno C.: Introdução a Lógica Modal. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2008.

Canielli, W. A. e C. Pizzi: Modalities and Multimodalities. Springer, Amsterda, 2008.

Dugundji, J.: Note on a property of matrices for Lewis and Langford's calculi of propositions. The Journal of Symbolic Logic, 5:150–151, 1940.

Frege, G.: Begriffsschrift, eine der Arithmetischen Nachgebildete Formelsprache des Reinen Denkens. L. Nebert, Halle, 1879.

Godel, K.: Zum intuitionistischen Aussagenkalkul. Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Wien, 69:65–66, 1932. mathematisch naturwissenschaftliche Klasse

Kripke, S.: A completeness theorem in modal logic. The Journal of Symbolic Logic, 24:1–14, 1959.

Lewis, C. I. e C. H. Langford: Symbolic Logic. Dover, 1932.

Popper, K. R.: Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge. Routledge & Kegan Paul, London, 5th edição, 1989.

Russell, B. e A. Whitehead: Principia Mathematica. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1910-1913. 3 Vols.