doi:10.20396/revpibic.v0i0.id

XXVI Congresso de Iniciação Científica Unicamp
17 a 19 de outubro Campinas | Brasil

Uma teoria geométrica para locomoção em número de Reynolds pequeno: o nadador de Purcell.

Thiago M. Pradella*, Ricardo A. Mosna.

Resumo
Em fluidos com alta viscosidade, as forças inerciais são irrelevantes para a locomoção de organismos. No entanto, seu movimento se dá usando uma estratégia semelhante à um gato que se vira durante uma queda para cair em pé, uma vez que, ele não necessita de forças inerciais para se virar (seu momento angular é nulo em todo instante). Ambos são problemas de teoria de gauge e através de um modelo simples e com alto grau de simetria, podemos compreender a locomoção de corpos deformáveis em baixo número de Reynolds.

Palavras-chave:
fases geométricas, mecânica dos fluidos, teorias de gauge

Introdução

Em seu artigo[1], E. M. Purcell analisa como pequenos seres vivos conseguem nadar em fluidos com alta viscosidade, ou seja, baixo número de Reynolds e questiona: “o que determinará a direção de um corpo ao nadar?”. Essa simples pergunta deixou a questão em aberto por quase 15 anos[2]. Utilizando conceitos geométricos de corpos deformáveis e teorias de gauge, este projeto se preocupou em responder, esse tipo de questão, em um cenário em que as forças viscosas prevalecem em detrimento às forças inerciais. Foi utilizado um modelo simplificado e simétrico, introduzido por Purcell, Avron e Raz para o estudo da locomoção de corpos deformáveis em baixo número de Reynolds: o nadador simétrico de Purcell.

Resultados e Discussão

Para uma melhor compreensão da teoria de corpos deformáveis, foi estudado um modelo simplificado de um gato com momento angular nulo, em analogia a um nadador em baixo número de Reynolds. Essa comparação é compatível, pois ambos são problemas de teoria de gauge. Na Figura 1, vemos o nadador simétrico de Purcell, e assim como no modelo simplificado do gato, verificamos que, ao variar determinadas componentes do corpo é gerado um deslocamento de outra componente. No caso do nadador, as componentes que são variadas são os ângulos θ_1 e θ_2, que geram um deslocamento linear infinitesimal, conhecido como equação da natação, dada por:

$$\delta x = -a(\xi,\lambda)(d\xi_1 + d\xi_2), \qquad \xi_j = \cos\theta_j,$$

onde $a(\xi,\lambda) = \frac{1}{4+\lambda-\xi_1^2-\xi_2^2}$, $\lambda = \frac{l_0}{2l}$.

No entanto, a natação é melhor capturada pelo deslocamento infinitesimal devido ao percurso infinitesimal fechado no espaço de formatos de ξ_1 e ξ_2:

$$F = d(\delta x) = 2a^2(\xi,\lambda)(\xi_2 - \xi_1)d\xi_1 \Lambda d\xi_2,$$

onde $d\xi_1 \Lambda d\xi_2$ representa a área associada com o percurso fechado no espaço de formatos. É importante salientar que o fluxo magnético através de um loop infinitesimal é o análogo de F e o potencial vetorial magnético é o análogo de δx. Pelo Teorema de Stokes, encontramos o deslocamento em uma região encerrada pela curva γ no espaço de formatos. Além disso, vemos que tanto δx quanto F não dependem da velocidade com que as componentes θ_1 e θ_2 variam, mas apenas da geometria do corpo.

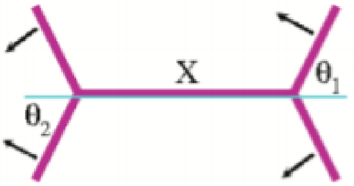

Figura 1. O nadador simétrico de Purcell[2].

Outro ponto importante sobre esse nadador, é que sua simetria o impossibilita de rodar sobre si, mas apenas nadar em linha reta. Como translações comutam entre si, a estrutura matemática descrita para esse nadador será de uma Teoria de gauge Abeliana. Desse modo, para um nadador que consegue nadar em linha reta e rodar sobre si, teremos uma Teoria de gauge não-Abeliana, já que translações e rotações não comutam entre si.

Conclusões

Através do estudo da locomoção de corpos deformáveis em baixo número de Reynolds, foi possível compreender noções fundamentais relativas à mecânica de fluidos no regime ultra-viscoso, conceitos introdutórios de geometria e teorias de gauge. Desse modo, podemos ver que um nadador nesse regime depende fortemente de fatores geométricos para sua locomoção e que a rotação ou translação resultante da variação de outras componentes do corpo do nadador não dependem da velocidade em que elas são variadas, mas apenas de sua geometria.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador pela colaboração e paciência; e ao CNPq pelo suporte financeiro.

[1] Purcell, E. *Am. J. Phys.*, **1977**, *45*, 3.
[2] Avron, J.E. e Raz, O. *New J. Phys.*, **2008**, *10*, 063016.