

## Algoritmo de “Branch-Cut-and-Price” para o Problema do Roteamento de Veículos Capacitados

Matheus J. Ota\*, Flávio K. Miyazawa

### Resumo

Neste projeto objetivamos estudar algoritmos de otimização da classe “Branch-Cut-and-Price” aplicados ao Problema do Roteamento de Veículos Capacitados, que possui diversas aplicações para as áreas de logística e de roteirização. Nessa abordagem, proposta por Fukasawa et. al, utilizamos uma formulação em programação linear inteira que usa um número exponencial de variáveis e de restrições. Os algoritmos de “Branch-Cut-and-Price” buscam satisfazer esse modelo de modo que a computação permaneça tratável. A implementação foi feita utilizando o “framework” de programação linear inteira SCIP e o “solver” CPLEX. Os experimentos indicam que o modelo de “Branch-Cut-and-Price” trouxe uma melhoria significativa no desempenho quando comparado com o modelo de “Branch-and-Cut”.

### Palavras-chave:

Problema do Roteamento de Veículos, Programação Linear Inteira, Branch-Cut-and-Price

### Introdução

O Problema do Roteamento de Veículos Capacitados (“Capacitated Vehicle Routing Problem” ou CVRP) é dado por um conjunto de veículos localizados em um único depósito com capacidades iguais e finitas; e um conjunto de clientes em localizações distintas que possuem uma quantidade de demanda pré-conhecida. Cada veículo deve percorrer uma rota partindo do depósito, passando por um conjunto de clientes e voltando ao depósito. Cada cliente deve ser atendido por exatamente um veículo. O objetivo é minimizar uma função dos comprimentos das rotas.

Neste projeto visamos estudar técnicas de programação linear inteira (PLI) para solucionar de maneira ótima o CVRP. Simplificadamente, algoritmos baseados em PLI formulam o problema original como um problema de minimizar (ou maximizar) uma certa função linear, sujeita a restrições lineares e restrições de integralidade. Para lidar com estas últimas, usa-se a resolução de programas lineares combinados com métodos de enumeração “Branch-and-Bound”. Além disso, o modelo utilizado possui um número exponencial de variáveis e de restrições, assim utilizamos um algoritmo de “Branch-Cut-and-Price” para resolvê-lo. Esse define subproblemas para que, durante a resolução do PLI, sejam consideradas somente as variáveis e restrições relevantes.

### Resultados e Discussão

O algoritmo de “Branch-Cut-and-Price” para o CVRP proposto nesse projeto segue o algoritmo de Fukasawa et al. [7] mas utilizando o “framework” SCIP 4.0 com o solver CPLEX 12.8. A fim de examinar a diferença de desempenho entre o algoritmo de Branch-and-Cut, a nossa implementação do “Branch-Cut-and-Price” e o algoritmo original de Fukasawa et al.; examinamos o tempo, custo da solução, número de colunas geradas e número de cortes gerados para 36 instâncias do pacote CVRPLIB. Os testes desse experimento foram executados em um processador Intel(R) Core(TM) i7-4720HQ CPU @ 2.60GHz com 8GB de memória RAM. O limite para o tempo de execução foi de 2000 segundos.

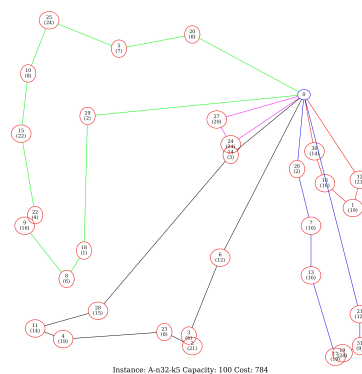


Figura 1. Exemplo de solução do CVRP.

Tabela 1. Comparação do tempo total de execução dos algoritmos para resolver todas as instâncias selecionadas.

Branch-and-Cut	Branch-Cut-and-Price	Branch-Cut-and-Price (Fukasawa)
11380.2446	2272.5516	1221.5627

### Conclusão

Como esperado, a complexidade introduzida pelo modelo de “Branch-Cut-and-Price” trouxe uma melhoria significativa no desempenho do algoritmo. Por outro lado, a implementação original de Fukasawa foi aproximadamente duas vezes mais rápida que o nosso código. Acreditamos que essa discrepância decorre do fato de que uma série de detalhes e parâmetros não mencionados no artigo podem estar sendo utilizados na implementação original. Além disso, um “overhead” pode estar sendo introduzido pelo “framework” SCIP.

### Agradecimentos

Ao professor Flávio pelos conselhos e orientação; e ao CNPq pelo auxílio à pesquisa.

FUKASAWA, R. et al. Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical Programming*, 106(3):491–511, 2006.