Detecção de Compressão com a Norma 1

Matheus Queiroz Zabin*, Lúcio Tunes dos Santos.

Resumo

No mundo atual, o fluxo de dados está crescendo cada dia mais e de forma cada vez mais rápida. Porém, o número de características realmente significativas em grandes quantidades de dados é, de forma geral, muito menor que o número de coeficientes em uma representação de dados, ou seja, os dados são compressíveis.

A técnica nomeada "Detecção de Compressão" (Compressive Sensing – CS) consiste em realizar a compressão simultaneamente com a detecção dos dados, de forma que em momento algum se faz necessário o armazenamento completo dos dados.

Palavras-chave:
Compressão, reconstrução, sinais esparsos.

Introdução

Representando os dados como um vetor discreto $x \in R^n$ tal que $Ax = b$ com $A \in R^{(m \times n)}$. O processo de obtenção de b a partir de um sinal conhecido x é chamado de codificação e o processo de recuperação de x a partir do sinal comprimido b é chamado de decodificação.

No problema $Ax = b$ quando $m = n$ para realizar a decodificação basta resolver o sistema linear. Porém, em muitas aplicações $m \ll n$ e com isso o sistema $Ax = b$ será possível indeterminado e não seria possível realizar a decodificação.

A teoria de CS (Compressive Sensing, Detecção de Compressão) garante que quando b foi obtido através de um sinal altamente esparso é possível realizar a decodificação através de um problema de minimização mesmo quando $m \ll n$.

Resultados e Discussão

Para realizar o processo de decodificação para o caso $m \ll n$ sabendo a priori que b foi obtido através de um sinal x altamente esparso é razoável propor que o processo de decodificação seja equivalente a resolver o problema de minimização,

$$\min \|x\|_0 \text{ s.a. } Ax = b ,$$

com a norma 0 $\|x\|_0$ sendo o número de elementos não nulos de x . Isto é, a decodificação consistirá em escolher a solução mais esparsa de $Ax = b$, porém tal problema tem complexidade combinatória e portanto seria computacionalmente impraticável para dados muito grandes.

A teoria de CS diz que minimizar a norma 1 é equivalente à minimizar a norma 0 sob certas condições impostas à matriz A . Como a matriz A não tem nenhuma correlação aos dados, é possível construí-la satisfazendo as condições necessárias.

O problema de minimizar a norma 1 sujeito à restrições lineares já é conhecido[1] e pode ser resolvido utilizando as técnicas básicas de programação linear. Com isso, dado que x seja um sinal esparso, o processo de decodificação sempre será possível.

Um exemplo das técnicas de CS aplicadas à imagens (que são, sob certas transformações, dados esparsos) é ilustrado pela Figura 1, que está utilizando $m = 10n$, isto é, os dados foram reduzidos para 10% de seu tamanho original.

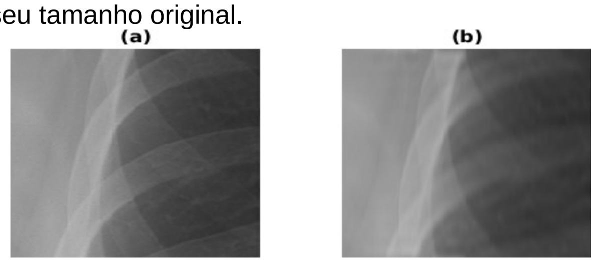

Figura 1. (a) Imagem original, **(b)** Imagem codificada.

Também existem aplicações na reconstrução de dados que sofreram algum tipo de perturbação. Como as técnicas de detecção de compressão recuperam sempre o sinal mais esparso, quando os dados são submetidos à algum tipo de ruído, por exemplo, o sinal mais esparso continua sendo recuperado e o ruído é desprezado. A Figura 2 ilustra um exemplo em que a decodificação do sinal com e sem ruído coincidem visualmente.

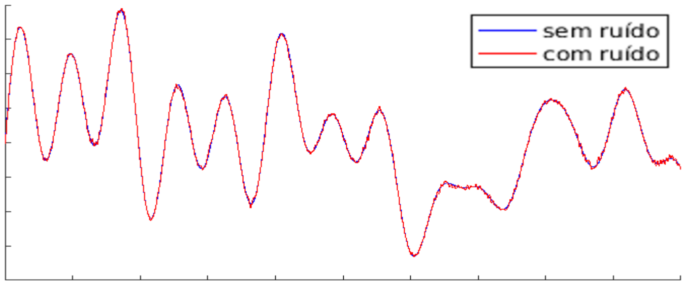

Figura 2. Comparação entre a recuperação de um sinal com e sem ruído.

Conclusão

As técnicas de detecção de compressão se mostraram muito eficazes para compressão e recuperação de dados, possuindo vasta aplicação na sociedade atual, que está sempre a expandir o tráfego de dados.

---

[1] HAYASHI, Kazunori; NAGAHARA, Masaaki; TANAKA, Toshiyuki. A User's Guide to Compressed Sensing for Communications Systems. Ieice Transactions On Communications, Japão, v. 96, n. 3, p.685-712, mar. 2013. ISSN : 1745-1345.