



## Solução fraca da equação da onda e decaimento de energia

Paulo Roberto Andrade Filho\*, Bianca Morelli Rodolfo Calsavara

### Resumo

Este projeto consiste no estudo de existência, unicidade e regularidade de solução fraca para a equação da onda e também para uma equação hiperbólica com um termo de amortecimento. Além do estudo do decaimento de energia da solução de cada uma das equações citadas.

### Palavras-chave:

*Equação da onda, Solução fraca, Equações diferenciais Parciais, Decaimento de energia.*

### Introdução

Em muitas situações, ao tentar encontrar solução clássica uma equação diferencial parcial, nem sempre é possível obter uma solução explícita para o problema. Entretanto, algumas vezes podemos obter a existência e algumas propriedades da solução fraca, que pode nos fornecer algumas informações relevantes sobre o problema dado.

Este projeto tem como objetivo estudar a existência, unicidade e propriedades de solução fraca da equação da onda. Além de estudar a equação da onda com um termo de amortecimento e o decaimento de energia da solução da mesma.

regularidade, algumas vezes é possível demonstrar que a solução fraca é, na verdade, solução clássica do PVI dado. Foram estudados, também, velocidade de propagação da solução fraca e cone de dependência dos dados iniciais.

Foi, finalmente, estudada a existência e unicidade da equação da onda com um termo de amortecimento. Esses resultados foram obtidos de forma análoga a equação anterior, pelo método de Galerkin e estimativas de energia.

Para essa equação, foram estudados, também, regularidade, velocidade de propagação e decaimento de energia do sistema.

### Resultados e Discussão

Em projeto anterior, foram estudadas existência, unicidade e propriedades da solução clássica da equação da onda  $n$ -dimensional, com  $n \geq 1$ . Entretanto, nas equações que modelam muitos problemas da ciência, nem sempre é possível obter uma solução explícita ou demonstrar diretamente existência de solução clássica.

O projeto foi iniciado com o estudo de uma base teórica preliminar em teoria da medida, integral de Lebesgue e espaços de funções. Esse conteúdo é importante para a obtenção de solução fraca da equação hiperbólica pelo método de Galerkin.

Foram estudados propriedades básicas, como definições e imersões, dos espaços  $L^p$ , espaços de Hölder, espaços de Sobolev e espaços dependentes do tempo.

Em seguida, foi utilizado o Método de Galerkin para a obtenção de existência de solução fraca para a equação da onda. A unicidade dessa solução foi, então, demonstrada a partir de estimativas de energia do sistema.

Foi obtida, então, regularidade para a solução fraca através de estimativas a priori e imersões contínuas e compactas estudadas. Utilizando tais resultados de

### Conclusão

A execução desse projeto permitiu o desenvolvimento do aluno em trabalhar com resultados teóricos e abstratos e a prática do conteúdo adquirido durante pelo mesmo a graduação.

A execução do projeto também permitiu o estudo de tópicos não apresentados nas disciplinas da graduação e assim, a possibilidade de aprofundamento desses conteúdos posteriormente pelo aluno.

### Agradecimentos

Agradeço à FAPESP pelo suporte financeiro, à UNICAMP pela infraestrutura dada e à orientadora Bianca Morelli Rodolfo Calsavara pelo apoio a realização desse projeto.

1. Bartle, R. G., The elements of integration. John Wiley, New York, NY, 1996.

2. Evans, L. C., Partial Differential Equations. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2010.

3. Adams, R. A., Sobolev Spaces, 2<sup>nd</sup> Edition. Pure and applied mathematics series, Elsevier, 2003.