XXIV congresso de iniciação científica da unicamp
19a21out Campinas Brasil

Simetrias e leis de conservação

Rafael L. Raiser*, Prof. Dra. Arlene C. Aguilar

Resumo
Neste trabalho, vamos apresentar como as simetrias físicas presentes em sistemas clássicos e quânticos estão relacionadas diretamente às leis de conservação através do Teorema de Noether.

Palavras-chave:
Simetrias, leis de conservação, Teorema de Noether

Introdução

Ao estudar física, nos deparamos com uma série de leis, como por exemplo a primeira lei de movimento de Newton sobre a conservação do momento ou a primeira lei da termodinâmica, sobre a conservação de energia. Neste trabalho, vamos discutir como algumas dessas leis de conservação surgem devido a propriedades de simetria do sistema em questão.

Esta conexão entre simetrias e leis de conservação foi formulada em 1918 através do Teorema de Noether[1], que se tornou um dos principais pilares da física moderna.

Resultados e Discussão

Em física, dizemos que um sistema é simétrico se as equações que descrevem sua dinâmica são invariantes sob determinada operação. Na mecânica clássica, sabemos que os resultados físicos obtidos devem ser sempre invariantes por (i) translação espacial, (ii) translação temporal e (iii) rotação.

Com o auxílio das ferramentas das mecânicas Lagrangiana e Hamiltoniana[2], é possível derivar as leis de conservação associadas às simetrias acima. O procedimento é simples: escrevemos o Lagrangiano, L, ou Hamiltoniano, H, do sistema, e verificamos que ao aplicarmos transformações do tipo

$$(i)\, q_i \rightarrow q_i' = q_i + \varepsilon_i;$$
$$(ii)\, t \rightarrow t + \varepsilon;$$
$$(iii)\, x \rightarrow x - \varepsilon y,\, y \rightarrow y + \varepsilon x,$$

é possível mostrar que a variação de L e H devido à transformação será nula, isto é,

$$\delta L = \delta H = 0,$$

se e somente se as leis de conservação mostradas na Tabela 1 forem obedecidas.

Esta conexão também pode ser provada em nível quântico. Um exemplo simples é uma translação espacial infinitesimal de ε na coordenada x da função de onda ψ(x), de forma que

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x-\varepsilon) = \psi(x) - \varepsilon \frac{d\psi}{dx} + O(\varepsilon^2).$$

Ao aplicamos esta mudança na definição do valor esperado de L, verificamos que esta quantidade será invariante se o momento quântico p_x for conservado.

Também podemos abordar as simetrias quânticas contínuas, interpretadas como um conjunto de transformações infinitesimais. Uma lei de conservação que pode ser derivada dentro deste contexto é a conservação do isospin de uma sistema de partículas elementares.

Tabela 1. Simetria e lei de conservação associada em sistemas clássicos.

Simetria	Quantidade conservada
i) Translação espacial	Momento
ii) Translação temporal	Energia
iii) Rotação	Momento angular

Por fim, estudando as chamadas simetrias locais[3] – simetrias cujos parâmetros dependem das coordenadas do espaço-tempo, é possível mostrar que a Equação de Schrödinger é invariante por uma transformação de fase na função de onda do tipo

$$\psi(\vec{r}) \rightarrow \exp(i\alpha\, \vec{r})\psi(\vec{r})$$

se o operador gradiente e o potencial vetor $\vec{A}$ forem simultaneamente modificados da seguinte forma:

$$\nabla \rightarrow \nabla - i\vec{A}(\vec{r}), com\, \vec{A}(\vec{r}) \rightarrow \vec{A}(\vec{r}) + \nabla\alpha(\vec{r}).$$

Esta modificação é chamada de *transformação de gauge*, e nos diz que a invariância sob uma transformação de mudança de fase requer a introdução de campos adicionais, denominados de campos de gauge.

Conclusão

Este trabalho permitiu uma maior compreensão sobre a origem das leis de conservação, tanto em sistemas clássicos quanto quânticos. Derivamos as leis de conservação de energia, momento e momento angular para sistemas clássicos. O estudo de simetrias locais nos levou a uma breve introdução à necessidade de transformações de gauge para manter a equação de Schrödinger invariante sob mudança de fase.

Agradecimentos

Ao CNPq, pelo apoio financeiro para este projeto, através do programa PIBIC.

[1]Noether E. (1918). **Invariante Variationsprobleme.** Nachr. D. König. Gesellsch. D. Wiss. Zu Göttingen, Math-phys. Klasse **1918**: 235–257.

[2]TAYLOR, John R., **Classical mechanics**, Sausalito, Calif.: Univ. Science, c2005. 786 p., il. ISBN 189138922X (enc.).

[3]FERBEL, Thomas (Coaut. de); DAS, Ashok. **Introduction to nuclear and particle physics.** New York, NY: John Wiley, c1994. xvi, 327p., il.