

Métodos iterativos para resolução dos sistemas lineares oriundos dos métodos de pontos interiores.

Igor M. da Silva*, Carla T. L. S. Ghidini.

Resumo

Nesse trabalho, os métodos iterativos não estacionários Gradientes Conjugados e MINRES são considerados. Esses métodos podem ser usados para resolver os sistemas lineares oriundos dos métodos de pontos interiores e para acelerar a convergência, a técnica de preconditionamento é necessária. Uma abordagem híbrida de resolução de sistemas lineares, que envolve o uso de ambos métodos, foi proposta na literatura. Porém, determinar o melhor momento para a troca dos métodos iterativos não é tão simples. Dessa forma, alguns critérios para a troca dos métodos na abordagem híbrida são propostos, de modo a obter melhorias em termos de eficiência e robustez.

Palavras-chave:

Métodos iterativos, Método de pontos interiores, Sistemas lineares.

Introdução

Nos métodos de pontos interiores, busca-se a solução ótima de um problema de programação linear percorrendo o interior da região de factibilidade determinada pelas restrições do problema. Neste trabalho, estamos considerando o método preditor-corretor (Wright (1997)). O passo mais importante deste método consiste em encontrar a direção preditora e corretora resolvendo alguns sistemas de equações lineares a cada iteração, o que requer grande esforço computacional. Uma forma de resolvê-los é reduzi-los a sistemas de equações normais ou sistemas aumentados e depois aplicar algum método iterativo. Nesse trabalho, uma abordagem híbrida é utilizada para a resolução dos sistemas lineares, a qual utiliza, inicialmente, o método de Gradientes Conjugados (GC) e depois de um certo número de iterações, se o critério pré estabelecido para a troca do método for satisfeito, o método MINRES passa a ser utilizado.

Além disso, para que os métodos iterativos tenham um melhor desempenho é utilizada a técnica de pré-condicionamento da matriz de restrições dos sistemas. No caso, utilizamos o pré-condicionador separador, o qual foi desenvolvido especificamente para o método de pontos interiores (Oliveira e Sorensen (2005)).

O objetivo principal deste trabalho consiste em desenvolver heurísticas para determinar o momento ideal para a troca dos métodos iterativos na abordagem híbrida de forma obter melhorias em termos de eficiência e robustez.

Resultados e Discussão

A abordagem híbrida para resolver os sistemas de equações normais e aumentado originados dos métodos de pontos interiores foi proposta em Silva et al. (2014). Nesta abordagem, quando o número de iterações necessárias para encontrar a solução do sistema linear pelo GC for maior que o número de linhas da matriz dos coeficientes, o MINRES passa a ser utilizado. Os resultados obtidos nos experimentos computacionais realizados com esta abordagem foram bons e mostraram que ela é robusta. Além disso, em Silva et al. (2014) os experimentos realizados também mostram que o GC é mais eficiente que o MINRES ao resolver um número

maior de problemas, no entanto, o MINRES é mais robusto ao resolver problema que o GC não consegue.

Uma vez que o critério utilizado para a troca de método iterativo é bastante simples, outros critérios para determinar o melhor momento de fazer a mudança de método iterativo estão sendo estudados e analisados. A primeira ideia foi estabelecer novos critérios baseados no número de condição da matriz e no tempo de resolução dos sistemas.

Conclusões

O cálculo do número de condição da matriz dos sistemas requer grande esforço computacional. Dessa forma, estão sendo estudadas formas alternativas para determinar o número de condição com base em uma estimativa proposta na literatura.

Agradecimentos

Agradecemos à FAEPEX pelo apoio financeiro.

¹ Oliveira, A. R. L. e Sorensen, D. C. A new class of preconditioners for large-scale linear systems from interior point methods for linear programming. Linear Algebra and Its Applications, 2005, 394, 1-24.

² Silva, M.; Ghidini, C. T. L. S. e Oliveira, A. R. L., Solução iterativa dos sistemas lineares do método de pontos interiores. Tendências em Matemática Aplicada e Computacional, 2014, 15, 275-291.

³ Wright, S. J. Primal-Dual Interior-Point Methods., SIAM Publications, SIAM, Philadelphia, PA, USA, 1997.