Passeios aleatórios

Flávio T. P. Kajiwara, Christophe F. Gallesco.

Resumo

Este trabalho tem o propósito de provar de três maneiras diferentes o Teorema de Polya para passeios aleatórios. A primeira maneira utilizando métodos combinatórios, a segunda através de métodos analíticos, e a terceira por meio de uma analogia com redes elétricas.

Palavras-chave:

Passeio, aleatório, Polya

Introdução

Passeios aleatórios simples fazem parte dos estudos de uma ampla área chamada *processos estocásticos.* Este trabalho tem o objetivo de apresentar o Teorema de Polya para passeios aleatórios cuja validade implica na recorrência do passeio sobre o reticulado infinito no espaço de dimensão **d = 1,2**, e transiência para **d > 2**.

Resultados e Discussão

Um passeio aleatório simples em dimensão **d** pode ser visto como a posição de uma partícula que pula, ao acaso, a cada instante num dos vizinhos mais próximos no reticulado **d**-dimensional. O passeio é dito recorrente se a partícula visita seu ponto de origem infinitas vezes com probabilidade $p = 1$ e transiente caso $p < 1$.

A prova combinatória valida o teorema de maneira satisfatória porém particular, uma vez que depende fortemente da geometria do passeio, utilizando a Fórmula de Stirling para suas estimativas.

A prova analítica valida o teorema de um modo mais geral, utilizando para isso a Função Característica da distribuição e Transformada Inversa de Fourier.

A prova por redes elétricas aproveita a estreita relação entre Cadeias de Markov sobre grafos finitos e o Potencial nos pontos de um circuito de resistores ligados a uma bateria, visto que o potencial e a probabilidade são funções harmônicas de mesmo valor de contorno.

Através dela provamos de maneira simples e alternativa, aproveitando conhecimentos básicos de física, como as Leis de Kirchoff e a Lei da Monotonicidade de Rayleigh.

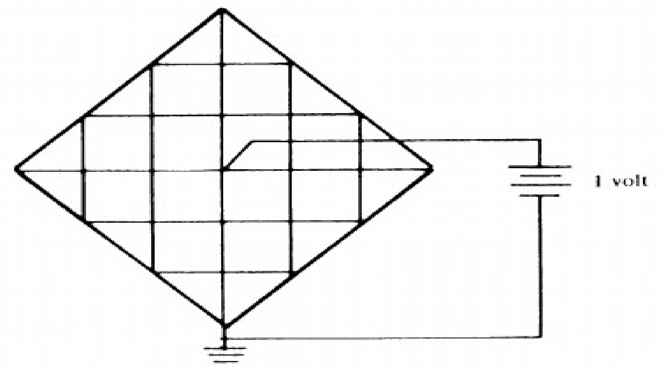

Figura 1. Plano e circuito.

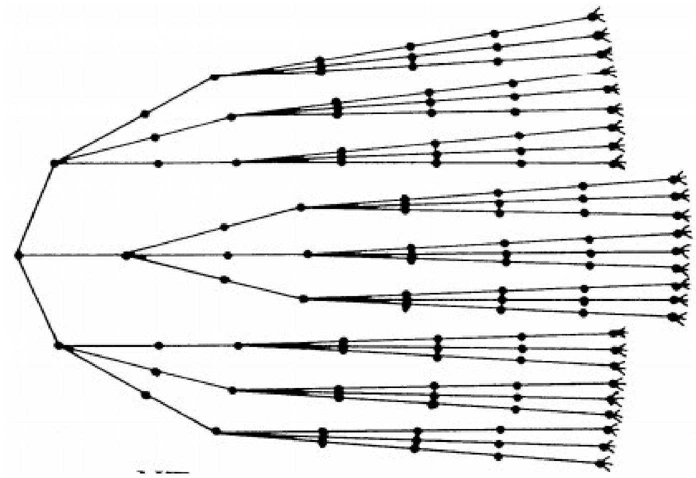

Figura 2. NT 2.5849...

Conclusões

O passeio aleatório simples em uma e duas dimensões é recorrente, porém não o é a partir de 3.

Agradecimentos

1. Prof. Dr. Christophe F. Gallesco;
2. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

SNELL, J.L. ; DOYLE, P.G. "*Random walks and electric networks"* Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1988, c1984. 159p., il.

MCKEAN, H.P.; DYM, H. "*Fourier series and integrals"*. New York ; San Francisco: Academic Press, c1972. 295p., il.