

## Aplicações da equação da onda: Os problemas da corda e da membrana vibrante.

Paulo Roberto Andrade Filho\*, Bianca Morelli Rodolfo Calsavara.

### Resumo

Neste trabalho foi estudada primeiramente a equação da onda no caso unidimensional, sendo que a resolução desta foi feita utilizando dois métodos: o Método das características e o Método de separação de variáveis. Também foi feita a aplicação desta equação na resolução dos problemas da corda vibrante finita e infinita e de linhas de transmissão. Além disso, foi estudada a equação da onda no caso  $n$ -dimensional com simetria radial. Nos dois casos também foram estudadas unicidade de solução, velocidade de propagação e região de influência.

### Palavras-chave:

Equação da onda, equações diferenciais parciais, problema da corda vibrante.

### Introdução

As equações diferenciais parciais são muito utilizadas para descrever matematicamente problemas de várias áreas, como física e biologia, por exemplo. Neste projeto foi estudada a equação da onda nos casos unidimensional e  $n$ -dimensional (com  $n > 1$ ), além de aplicações desta. A equação da onda unidimensional é uma equação diferencial parcial que descreve, por exemplo, o movimento de uma corda vibrando transversalmente.

O projeto teve como objetivos o estudo da existência, unicidade, regiões de influência e cálculo de energia da solução da equação da onda unidimensional e  $n$ -dimensional.

### Resultados e Discussão

Inicialmente, foram feitos estudos preliminares sobre sequência e séries de funções, convergência pontual e uniforme, séries de Fourier e suas propriedades. Também foi deduzida a equação da onda unidimensional a partir de conceitos físicos.

Em seguida, foi feito um estudo sobre equações diferenciais de segunda ordem, que incluíram definições e classificações. Após isso, foram estudadas as curvas características e as formas canônicas estas equações. A partir da forma canônica da equação da onda, foi encontrada a solução para o problema, através do Método das características. E posteriormente, a equação da onda foi resolvida através do Método de separação de variáveis.

Foram estudadas propriedades para solução da equação da onda unidimensional como: unicidade, velocidade de propagação, regiões de influência e intervalo de dependência. Foram estudadas aplicações desta equação para problemas da corda vibrante finita e infinita e de linhas de transmissão.

Em seguida, iniciou-se o estudo da equação da onda para dimensão  $n$  maior que 1.

$$\Delta u - u_{tt} = 0$$

Para dimensão  $n=3$  foi resolvida a equação supondo solução com simetria radial e utilizando o Método das médias esféricas. A solução para dimensão  $n=2$  foi obtida através do método de descida, em que se diminui uma dimensão da já obtida solução para dimensão  $n=3$ .

Em seguida, foi obtida solução para a equação da onda para dimensões ímpares ( $n=2k+1$ ), utilizando indução sobre  $k$ . E para dimensões pares, a solução foi obtida pelo método de descida.

Para a equação da onda  $n$ -dimensional também foram obtidos resultados sobre unicidade de solução, velocidade de propagação, regiões de influência.

### Conclusões

A execução desse projeto permitiu o desenvolvimento do aluno em trabalhar com resultados teóricos e abstratos.

O trabalho também apresentou novos tópicos, extracurriculares das disciplinas básicas, que poderão ser aprofundados posteriormente pelo aluno.

### Agradecimentos

Agradeço à minha orientadora Profa. Bianca M. R. Calsavara, por todo o apoio dado durante a realização do projeto.

Ao CNPQ por todo o apoio financeiro para a execução e sucesso desse trabalho.

<sup>1</sup> L. Evans, *Partial Differential Equations*. American Mathematical Society, Providence, 2<sup>nd</sup> edition, 2010.

<sup>2</sup> D. J. Figueiredo, *Análise de Fourier e Equações Diferenciais*, 4<sup>a</sup> edição, IMPA, 2005.