

## Resolvendo desafios em Pesquisa Operacional

Vinícius Marques Pires\*, Beatriz Vitória da Silva\*, Washington Alves de Oliveira

### Resumo

Este projeto envolve alguns estudos na área de Pesquisa Operacional e tem como objetivo o aprendizado de técnicas matemáticas através da resolução de vários desafios, incluindo o processo de modelagem matemática e a resolução de problemas de programação linear inteira. Entre outras tarefas, foram modelados, implementados e resolvidos o Problema do Caixeiro Viajante e os jogos puzzle Resta Um e Hora do Rush, utilizando os pacotes MATLAB e GLPK.

**Palavras-chave:** Pesquisa Operacional, Programação Linear Inteira, Modelagem Matemática

### Introdução

Pesquisa Operacional (PO) é uma área do conhecimento que envolve o estudo e o desenvolvimento de técnicas e metodologias avançadas para a resolução de modelos matemáticos importantes. Ela fornece condições para se obter a solução ótima ou aproximada de um problema. O objetivo deste projeto é o aprendizado de técnicas em PO através de desafios que inclui a modelagem e a resolução de problemas de programação linear inteira (PLI). Após o estudo de modelos e técnicas introdutórias mais simples, foram modelados, implementados e resolvidos o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e o jogo Resta Um (RU). O jogo Hora do Rush (HR) foi modelado e implementado. O PVC simula a situação em que um vendedor deve visitar  $n$  cidades utilizando um percurso mínimo, sendo que cada cidade é visitada uma única vez. As cidades podem ser distribuídas em um plano cartesiano com distâncias simétricas.

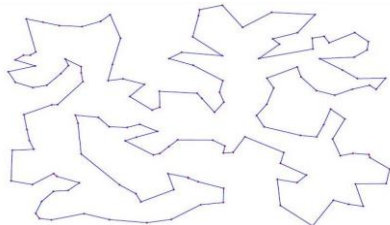


Figura 1. Solução de um exemplar do PCV para  $n=130$ .

O RU é um jogo de tabuleiro com um número fixo de furos contendo pinos. Iniciando com apenas um furo vazio e por meio de movimentos válidos, o objetivo final é deixar apenas um pino no tabuleiro. Uma jogada válida consiste em “saltar” um dos pinos obrigatoriamente sobre outro. O pino que “salta” preenche um antigo furo vazio, enquanto que o pino “saltado” é retirado do jogo.

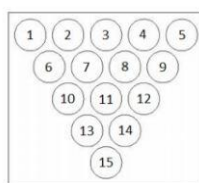


Figura 2. Ilustração do RU Triangular com 15 pinos.

O HR simula um estacionamento congestionado de veículos. O objetivo é retirar do engarrafamento, através da movimentação válida de outros veículos que atrapalham a passagem, um dos carros que está preso.

Aqui o trânsito não tem regras comuns e, além disso, não é possível fazer curvas ou movimentos diagonais com os veículos no tabuleiro.

### Resultados e Discussão

Utilizamos a mesma estratégia proposta por Pataki [1] para resolver o PCV. Um modelo de PLI contendo apenas as restrições de designação é resolvido e, iterativamente, planos de cortes são inseridos para eliminar subrotas que são detectadas até a obtenção da solução ótima. Foram desenvolvidas rotinas no software MATLAB para identificar as subrotas e cada PLI foi resolvido pelo GLPK.

Exemplar	Nº cidades	T(s)	Função objetivo	
			Ótimo	Obtido
gr17	17	10.3	2085	2085
fri26	26	4.7	937	937
bays29	29	7.1	2020	2020
dantzig42	42	259.8	699	699
swiss42	42	3.2	1273	1273
berlin52	52	5.7	7542	7542
eil76	76	155.9	538	538

Tabela 1. Resultados para o PVC.

Utilizamos a mesma modelagem matemática proposta por DePuy e Taylor [2] para trabalhar com o RU e o HR. As restrições que modelam as regras desses jogos foram estudadas, implementadas e resolvidas no pacote GLPK. Os testes computacionais foram feitos num Intel Core i7, 8GB e Linux. Alguns resultados estão nas Tabelas 1 e 2.

Movimento	Vazio em (1)	Vazio em (3)	Vazio em (7)	Vazio em (13)
1	10 para 01	01 para 03	09 para 07	06 para 13
2	12 para 10	04 para 02	14 para 09	03 para 10
3	04 para 11	10 para 03	10 para 12	05 para 03
4	05 para 12	02 para 04	02 para 11	02 para 04
5	02 para 04	09 para 07	04 para 02	12 para 03
6	10 para 03	14 para 09	09 para 14	15 para 12
7	04 para 02	05 para 12	15 para 10	09 para 14
8	14 para 09	12 para 10	06 para 13	13 para 06
9	13 para 08	10 para 03	13 para 08	14 para 07
10	01 para 03	15 para 10	01 para 03	06 para 08
11	03 para 12	10 para 01	03 para 12	04 para 02
12	09 para 14	04 para 02	14 para 09	01 para 03
13	15 para 12	01 para 03	05 para 12	03 para 12

Tabela 2. Resultados para o jogo RU da Figura 2.

### Conclusões

Esse projeto teve a finalidade de inserir métodos científicos e matemáticos para alunos do ensino médio. Foi possível trabalhar desde o aprendizado até a resolução de duas classes de problemas. Além de verificar, nos aspectos básicos, como funciona o processo de modelagem matemática. Podemos afirmar que o projeto foi um sucesso e que todas as expectativas foram alcançadas.

<sup>1</sup> Pataki, G. Teaching integer programming formulations using the traveling salesman problem. *SIAM review*. 2003; 45(1):116-123.

<sup>2</sup> DePuy, G. W.; Taylor, G. D. Using boards puzzles to teach operational research, *INFORMS Transactional on Education*. 2007; 7(2):160-171.