

## A equação do calor $n$ -dimensional e problemas de controle ótimo associados.

**Luan Fernandes Silva (IC), Bianca Morelli Rodolfo Calsavara (PQ)**

### Resumo

Este trabalho consistiu no estudo da equação do calor  $n$ -dimensional, focando resultados teóricos, ao contrário do que é feito nos cursos de cálculo. Neste foram estudados a existência, unicidade e regularidade de solução fraca para tal equação, além de princípios de máximo e um problema de controle ótimo.

*Palavras Chave: Equações diferenciais parciais, Equação do calor, Controle ótimo.*

### Introdução

No projeto anterior "A Equação de calor e aplicações em problemas de transmissão de calor", foi estudada solução clássica para a equação do calor unidimensional sujeita a condição inicial e a diferentes condições de fronteira. No projeto atual foram estudadas existência, unicidade e regularidade de solução fraca, e princípios de máximo para equação do calor  $n$ -dimensional. Além disso, também foi estudado um problema de controle ótimo envolvendo a equação do calor.

### Resultados e Discussão

Inicialmente, foi estudada a equação do calor  $n$ -dimensional linear. Para isso, foi utilizado o Método de Galerkin para obter a existência de solução fraca. Em seguida, foram utilizadas estimativas de energia para obtenção de unicidade de solução fraca, e finalmente foram obtidos resultados de regularidade de solução.

O Teorema de ponto fixo de Leray-Schauder foi usado para mostrar a existência de solução fraca para a equação do calor não linear. A regularidade de solução, foi provada usando argumentos de bootstrapping.

Em seguida, estudou-se um problema de controle ótimo envolvendo a equação do calor não linear. Para tal problema foi provada a existência da função de controle ótimo e uma caracterização para a mesma.

Para o desenvolvimento dos temas principais abordados no projeto, foi necessário realizar um estudo preliminar de derivadas fracas, espaços  $L^p$  e espaços de Sobolev.

### Conclusões

O presente trabalho contribuiu para introduzir ao aluno novos conceitos, resultados e métodos de resolução de problemas que vão além do que

é estudado nas disciplinas básicas da área de matemática para o curso de Engenharia.

Através desses conceitos, resultados e métodos, foi possível o desenvolvimento de habilidades envolvendo raciocínio abstrato e conceitos teóricos. Estes métodos poderão, portanto, auxiliar o aluno não só na resolução de equação de calor e problemas de controle ótimo, como, também, em outros contextos que possam ser inseridos.

### Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde e força durante todo esse período de trabalho, permitindo-me superar todas as dificuldades.

A minha orientadora Bianca Morelli Rodolfo Calsavara, pelo suporte, pelas suas correções e incentivos.

Ao CNPq pelo financiamento e confiança depositada na execução desse trabalho.

A Unicamp por toda a infraestrutura dada para realização do trabalho.

<sup>1</sup> Evans, L. Partial Differential Equations. American Mathematical Society, Providence, 2ªed., 2010.

<sup>2</sup> Adams, Robert A. Sobolev spaces. Academic Press, Amsterdã, 1ª ed., 1975.

<sup>3</sup> K. Hoffman e L. Jiang, Optimal control of a phase field model for solidification, Numer. Funct. Anal. And Optimiz., no. 13, pág. 11-27, 1992.