

## Modelos Autorregressivos de Memória Variável

Nancy Lopes Garcia (PQ), Eric Krishna Peres Barbosa (IC).

### Resumo

Neste trabalho generalizamos a abordagem feita em Fadel (2012), para a análise do modelo Autorregressivo de Memória Variável de ordem  $p$  (AR-MV( $p$ )). Nestes modelos o estado atual da série depende dos estados anteriores, mas a memória do processo depende, através de um valor  $\alpha$  (chamado de parâmetro limiar), do estado atual do processo. Isto é, quanto maior o valor atual do processo, maior a ordem do modelo autorregressivo. O objetivo deste trabalho é generalizar a condição para permitir que o limiar entre as ordens do processo seja dada não por valores constantes, mas por uma família de funções suaves obtidas como expansões em bases de *splines*.

*Palavras Chave:* Cadeias de Markov de alcance variável, séries temporais, *splines*.

### Introdução

O modelo AR-MV( $p$ ) apresentado em Fadel (2012) é da forma:

$$Y_t = \sum_{i=1}^{L_t} \beta_i Y_{t-i} + \varepsilon_t,$$

$$L_t = i, \text{ se } \alpha_{i-1} < h(Y_{t-1}) < \alpha_i, \quad i = 1, \dots, p,$$

em que  $h$  é a função identidade. Portanto, conforme  $Y_{t-1}$  cresce, o processo tem maior memória. Para generalizar esta condição,  $h$  será uma função suave, isto é, cujas derivadas de qualquer ordem existem e são funções contínuas.

Segundo Eubank (1999), funções suaves podem ser bem aproximadas por expansões em funções base. Neste caso, trabalharemos com a construção de  $h$  pela combinação linear de *B-splines*. Isto é,  $h(t) = \sum_i \theta_i B_i^m(t)$ , em que  $B_i^m$  é formado pela soma de polinômios de ordem  $m$  delimitados entre pontos (*knots*) num suporte (*grid*). Assim, a função  $L_t$  fica da forma:

$$L_t = i, \text{ se } \alpha_{i-1} < \sum_j \theta_j B_j^m(\Phi(Y_{t-1})) < \alpha_i,$$

com  $i=1, \dots, p$  e  $\Phi(\cdot)$  sendo a função de distribuição acumulada da variável aleatória Normal(0,1). Essa aplicação é utilizada para restringir o suporte dos *B-splines* ao intervalo (0,1). No trabalho, foram utilizados *B-splines* quadráticos ( $m=2$ ) com dois *knots* internos, resultando em cinco funções base para constituir a função suave.

O objetivo é fazer estudos de simulação do modelo que generaliza a condição de memória e proceder com a estimação dos parâmetros  $\beta_i$ ,  $\alpha_i$  e  $\theta_j$ ,  $i=1, \dots, p$ ;  $j = 1, \dots, 5$  via mínimos quadrados.

### Resultados e Discussão

Feitas as simulações para ordens máximas  $p=2$  e  $p=3$ , apresentamos três casos para a estimação dos parâmetros, sendo eles: (i) considerando os limiares e coeficientes  $\theta_j$  conhecidos; (ii) considerando somente  $\theta_j$  conhecidos; e (iii) considerando todos os parâmetros desconhecidos.

No caso (iii), há o problema de identificabilidade de modelo. Sendo assim, estamos realizando procedimentos de otimização com restrições e através de algoritmos estocásticos.

### Conclusões

Até o momento, os resultados mostram que para os casos (i) e (ii), simulando do modelo proposto e comparando a estimação com modelos AR( $p$ ) tradicionais, os critérios de informação de Akaike e de soma de quadrados de regressão apontam o AR-MV com melhor desempenho.

Em geral, as estimações para os casos em que  $h$  oscila muito são problemáticas. Isso pode estar relacionado ao fato de termos pouca amostra para algum(ns) subintervalo(s)  $(\alpha_{i-1}, \alpha_i)$ .

### Agradecimentos

Agradeço à professora Nancy pelo suporte, disponibilidade e paciência; à Desirée F. Fadel pela ajuda de materiais e à instituição CNPq, pelo programa e fomento.

<sup>1</sup>Eubank, R.L. *Nonparametric regression and spline smoothing*, 2ª Ed., Marcel Dekker, Inc. 1999.

<sup>2</sup>Fadel, D. F. Modelos autorregressivos com memória variável, 2012. Dissertação (Mestrado em Estatística) – IMECC, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2012.