Introdução à Mecânica Quântica Relativística

Arlene Cristina Aguilar (PQ), Otávio H. R. Sasseron (IC).

Resumo
Neste trabalho vamos apresentar uma introdução à Mecânica Quântica Relativística e ao princípio de gauge que são dois pilares fundamentais da Teoria de Campos Quântica. Iremos discutir os primeiros esforços e as dificuldades associadas à derivação de uma versão covariante para a equação de onda que descreve o comportamento de uma partícula quântica. Mostraremos que estes esforços culminaram na derivação da equação de Dirac que descreve partículas e anti-partículas de spin ½ como o elétron e o pósitron.

Palavras Chave: Mecânica Quântica Relativística, Transformações de Gauge, Eletrodinâmica Quântica.

Introdução

O desenvolvimento da Teoria de Campos Quântica (QFT) é certamente uma das conquistas mais importantes da física moderna. Atualmente, todas as evidências experimentais indicam que a QFT é de fato a ferramenta correta para descrever as interações das partículas elementares. Historicamente, a Eletrodinâmica Quântica (QED) surgiu como um protótipo da QFT moderna. Ela é considerada como a teoria da física mais exitosa, já que o momento magnético de dipolo do elétron é previsto pela QED com uma precisão de uma parte em 10^{10} [1]. O intuito deste trabalho é fornecer uma introdução ao formalismo da mecânica quântica relativística que é um dos pilares da QFT.

Resultados e Discussão

Apesar do sucesso impressionante da Mecânica Quântica em descrever a física atômica, ficou claro, logo após sua formulação, que ela devia ser estendida para incorporar efeitos relativísticos. A primeira tentativa foi obtida usando o principio de correspondência

$$E \to i\frac{\partial}{\partial t} \qquad \text{e} \qquad \vec{p} = -i\vec{\nabla},$$

diretamente na relação de Einstein

$$E^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2.$$

Esta substituição leva a chamada equação de Klein-Gordon

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m^2\right)\psi(t,\vec{x}) = 0,$$

que descreve uma partícula livre relativística.
As soluções para partícula livre obtidas a partir da equação de Klein-Gordon (KG) mostraram-se inconsistentes, pois geram uma densidade de probabilidade negativa, sendo inconsistente com uma interpretação probabilística. Este fato levou ao abandono da equação KG, e ao surgimento da equação matricial de Dirac que é descrita por

$$\left(-i\beta\frac{\partial}{\partial t} + \vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} - m\right)\psi(t,\vec{x}) = 0.$$

As soluções para a partícula livre foram determinadas em termos de um vetor coluna com quatro componentes, que são chamados spinores de Dirac. É possível mostrar que estas soluções são autofunções de um operador de spin ½. Portanto, a equação de Dirac introduz naturalmente o conceito de spin e descreve partículas de spin ½ como, por exemplo, os elétrons. Além disso, a densidade de probabilidade é sempre positiva definida. Vale a pena ressaltar que além das soluções com energias positivas, existem também soluções com energia negativas, que foram posteriormente interpretadas como pertencendo a anti-partículas [1,2].
Para finalizar, iremos também discutir os conceitos cruciais da invariância de gauge tratando o eletromagnetismo com um campo puramente clássico e utilizando a notação covariante.

Conclusões

Neste trabalho apresentamos uma introdução à Mecânica Quântica Relativística e ao conceito de invariância de gauge que são ingredientes importantes para a construção de QFT.

Agradecimentos

Ao CNPq pelo apoio financeiro através de bolsa de I.C. concedida dentro do Edital do Projeto Universal 473260/2012.

[1]AITCHISON, I. J. R.; HEY, A. J. G. Gauge Theories in Particle Physics: From Relativistic Quantum Mechanics to QED. 3 ed. rev. Paperback: CRC Press, v. 1, 2002.
[2]Griffiths, D. Introduction to Elementary Particles , 2nd, Revised Edition, Wiley, 2008.